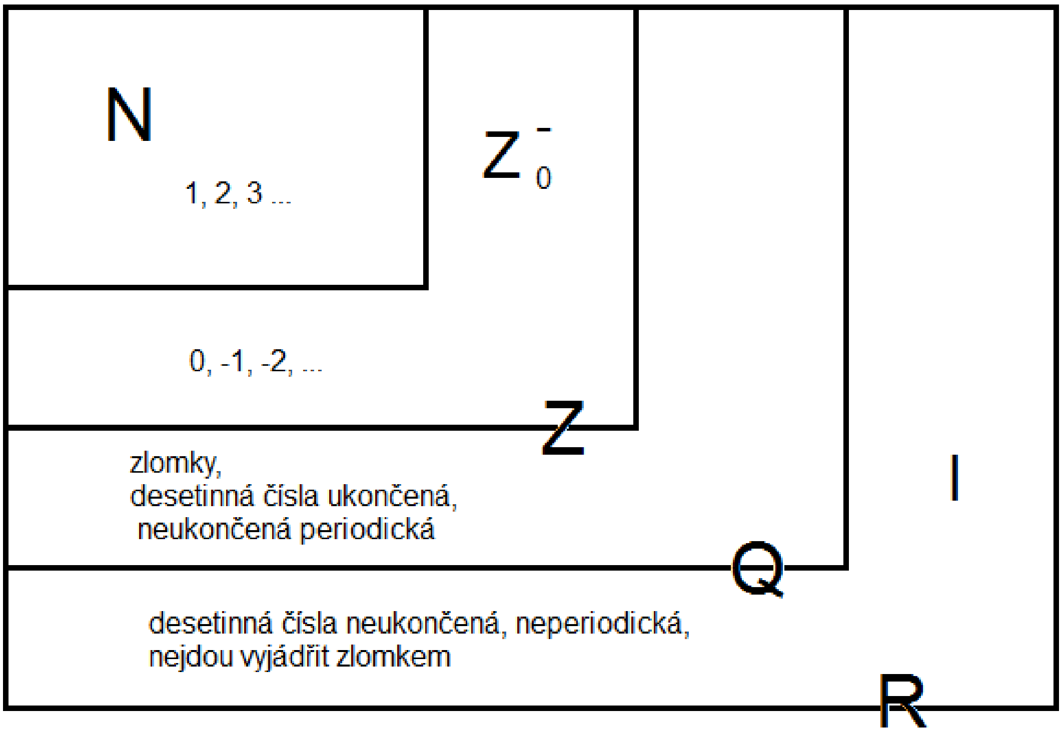
1) ČÍSLA a VÝRAZY

Teorie

číselné obory: roztřiďte čísla podle oborů: -2,8; $-3.\sqrt{5}$; $\frac{3}{4}$; 1,12; $-\frac{1}{3}$; 25, sin60°; $\sqrt{2}$; -7; 0; 123; π; 17; $2{,}1\overline{23}$; 0,001; -1; $\sqrt[3]{7}$; $0{,}\overline{3}$



I) Přirozená čísla

znaky dělitelnosti, násobek a dělitel $\rightarrow$ krácení a rozšiřování zlomků, slovní úlohy

II) Celá čísla

operace se zápornými čísly, absolutní hodnoty

III) Racionální čísla

krácení, sčítání, odčítání, násobení, dělení zlomků, složené zlomky

převod desetinných čísel na zlomky a naopak

IV) Iracionální čísla

mocniny, odmocniny

I) Přirozená čísla

1) Vypište všechny dělitele čísla: 36; 48; 120; 24; 121; 54; 27; 150; 68; 78

2) Najděte **n** a **D** dvojice čísel: (64,120); (34,102); (120,168); (81,72); (54,270)

II) Celá čísla

3) 2.(4-5) . 6 + 7.8

4) [2.(4-5) . 6 + 7] . 8

5) 2.[(4-5) . 6 + 7 . 8]

6) 2.[(4-5) . 6 + 7] . 8

7) (-4)(-5)(-2) : (-10)

8) [(-5).(-6) : 15] : (-2)

9) - 2 - {- [- 3 - (- 4 – 1)]}

10 1 - { - 5 - [- 3 - (2 – 5)]}

11) 1 – 5 - [- 3 - (2 – 5)]

12 1 – [- 5 + 3 – (2 – 5)]

13) [- 5.(- 2) + 3 – 4](- 3 + 5)

14 [- 5.(- 2 + 3) – 4](- 3 + 5)

15) [- 5.(- 2 + 3)] – 4.(- 3 + 5)

16 - 5.(- 2) + 3 – 4.(- 3 + 5)

17) | -2| + | -3| + | -4| - | -6|

18 | 2-5| + | 0.5 . (-2) | - | (-3) . (-1.5)|

19) $-[-7+[-5-(-3)+(2-7)]-4+|-5|-1]$

20 $3-[-2+|3|-[-3+12-(8-|-2|)+5]-7]$

21) $[-3+[-5-[|-2|+(-3)]]+[-8-|-1|+9-(-3)]-5]$

22 $-5-[-12+|3-7|-[-3+2-(-3-|1-2|)+3-5]-7]$

23) $-[-3+[|5|+|-5|-(-3+7)+(-7)]-(-20)+|1-5|-3]$

24 $-[-13+[3-[|-2+3|+(-5)]]-[-8-|-5|+1-(-7)]-|5|]$

25) - 5 - [- 2 - **|** - 3 - (- 1 + 2) **|**]

26 [- 5 + 2 - **|** - 3 - (- 1 + 2) **|**]

III) Racionální čísla

27) $\frac{13}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{4}\right):\frac{4}{16}$

28 $\frac{14}{6}:\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{2}\right)-\frac{1}{3}$

29) $\left(\frac{16}{11}-\frac{6}{2}\right)\cdot 8$

30 $\frac{18}{6}-\left(-\frac{19}{9}\right):\frac{3}{5}+\frac{10}{4}$

31) $\frac{15}{30}+\left(-\frac{14}{21}\right)\cdot\left(\frac{8}{9}:\frac{4}{6}\right)$

32 $\left(3\frac{1}{5}-\frac{11}{7}\right)\cdot\frac{7}{19}+\left(-1\frac{8}{11}\right)\cdot 2\frac{3}{4}$

33) $\frac{|-10|}{|-5|}-\frac{6}{|-2|}+\frac{|12|}{-|-3|}$

34 $\frac{-2}{|-5|}-\frac{|-2|}{-|-5|}-\left|-\frac{2}{5}\right|+\left|\frac{2}{5}\right|$

35) $\dfrac{5\frac{1}{2}-4\frac{3}{4}}{2\frac{3}{4}-1\frac{7}{8}}$

36 $\dfrac{\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{5}{14}\right)}{\frac{3}{4}}$

37) $\dfrac{\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{7}{11}:\frac{1}{6}}{\left(\frac{3}{2}:\frac{6}{14}\right):\left(\frac{29}{8}-1\right)}$

38 $\dfrac{2\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}-\frac{3}{5}}-\dfrac{\frac{13}{19}}{\frac{1}{38}}$

39) $\dfrac{\dfrac{8\frac{1}{2}-5\frac{2}{3}}{3\frac{5}{6}-1\frac{1}{3}}}{\dfrac{\frac{14}{35}}{\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{21}}}$

40 $\dfrac{\dfrac{\left(\frac{7}{9}+1\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{9}{11}-\frac{3}{22}\right)}{7\frac{2}{9}}}{\dfrac{\frac{3}{4}-\frac{4}{5}}{11\frac{1}{10}-4\frac{3}{5}}}$

1)	rozklad na prvočinitele,…			**2)**	8 a 960; 34 a 102; 24 a 840; 9 a 648; 54 a 270		
3)	44	**4)**	-40	**5)**	100	**6)**	16
7)	4	**8)**	-1	**9)**	0	**10)**	6
11)	-4	**12)**	0	**13)**	18	**14)**	-18
15)	-11	**16)**	5	**17)**	3	**18)**	-0.5
19)	14	**20)**	17	**21)**	-9	**22)**	11
23)	-17	**24)**	6	**25)**	1	**26)**	-7
27)	$^{52}/_{5}$	**28)**	2	**29)**	$-^{136}/_{11}$	**30)**	$^{487}/_{54}$
31)	$-^{7}/_{18}$	**32)**	$^{83}/_{20}$	**33)**	-5	**34)**	0
35)	$^{6}/_{7}$	**36)**	$^{1}/_{6}$	**37)**	$^{9}/_{8}$	**38)**	-10
39)	$^{34}/_{21}$	**40)**	-30				

Některá čísla je dobré znát:

0,000025

27 $-\frac{343}{64}$ 144

1,21 225

-1 3,61

-729

0,000 000 01 0,0196 1

64

1,73 625

$\frac{8}{27}$

729 $\frac{16}{9}$

100

$\frac{81}{49}$ - 512

125

$\frac{1}{512}$ 1024 216

1000 324

128

400

2,89

-343

$-0{,}027$ $\frac{-64}{729}$ 343 000

256 $\frac{169}{400}$ 121

0,0004 8

289

0,09 32 3600

0,0081 $\frac{1}{243}$ 0 196 1,41

Příklady

1)	$9 \cdot 20^2 + (9 \cdot 0{,}2)^2 + 9^2 \cdot 2^0 =$	Výsledky: 6 684,24
2)	$\dfrac{3^6 \cdot 8^5 \cdot 12^4 \cdot 20^6}{2^7 \cdot 9^8 \cdot 15^3 \cdot 24^7} =$	$\dfrac{2^7 \cdot 5^3}{3^{16}}$
3)	$\dfrac{9}{8} - \dfrac{3^2}{4} + \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-2} =$	$-\dfrac{9}{16}$
4)	Porovnej hodnoty $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ a $\sqrt{16+9}$.	$\sqrt{16} + \sqrt{9} > \sqrt{16+9}$
5)	$\sqrt{0{,}04} : \sqrt{25} =$	0,04
6)	$\sqrt[3]{-\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot 0{,}008} =$	$\dfrac{3}{20} = 0{,}15$
7)	Částečně odmocni $\sqrt{147}$.	$7 \cdot \sqrt{3}$
8)	Zapiš číselným výrazem a urči hodnotu: Podíl podílu čísel 44 044 a 44 a rozdílu čísel 33 a druhé mocniny dvou.	34,52
9)	Urči hodnotu výrazu $(a^2 - 2b + 1) \cdot c$ pro hodnoty proměnných $a = 1\frac{1}{2}; b = \frac{3}{4}; c = 6$.	$\dfrac{21}{2} = 10\dfrac{1}{2}$
10)	Zjednoduš výraz: $(-5x^4 + 0{,}3x^3 - 0{,}102x^2 + 0{,}4x + 2{,}6) - (0{,}7x^5 + 3x^4 - 1{,}2x^2) - (1{,}07x^5 - 5{,}4x^4) - (0{,}3x^3 - 2x^2 - 0{,}4x + 4)$.	$-1{,}77x^5 - 2{,}6x^4 + 3{,}098x^2 + 0{,}8x - 1{,}4$
11)	$4uv^2 \cdot (-u^2v^{-5} + uv^3) =$	$-4u^3v^{-3} + 4u^2v^5$
12)	Pro která x se hodnota zlomku rovná nule? $\frac{x^2-9}{x+4}$.	± 3
13)	Pro která x se hodnota součinu $(6x-1) \cdot 3$ bude rovnat a)3; b)-33; c)0?	a) $\frac{1}{3}$; b) $-\frac{5}{3}$; c) $\frac{1}{6}$
14)	Užitím vzorců uprav: $c^4 - 25 =$ $(u-2)^2 =$ $(x - 3\sqrt{5}) \cdot (x + 3\sqrt{5}) =$	$(c^2+5)(c+\sqrt{5})(c-\sqrt{5})$; $u^2 - 4u + 4$; $x^2 - 45$
15)	Upravte na součin: $2x - 2 \cdot \sqrt{10xy} + 5y =$	$\left(\sqrt{2x} - \sqrt{5y}\right)^2$
16)	Pro které hodnoty proměnné má výraz smysl? $\frac{3u^2}{2u^2-1}$; $\frac{x^2-4}{5}$; $\frac{a-2}{\sqrt{12+4a}}$	a) $u \neq \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) vždy; c) $a > -3$
17)	Pro jaké x je výraz $\frac{5x}{x-4}$ a) kladný, b) záporný, c) roven nule, d) nemá smysl?	$a)$ $(-\infty; 0) \cup (4; \infty)$; b) $(0; 4)$; c) 0; d) 4
18)	Zjednoduš lomený výraz: a) $\frac{k-7}{k-3} - \frac{k}{k+3} + \frac{2k}{k^2-9}$; b) $\frac{x^2}{x^2-x+\frac{1}{4}} + \frac{x^2}{2\cdot(x-0{,}5)^3}$.	a) $\frac{k-21}{k^2-9}$; b) $\frac{x^3}{(x-0{,}5)^3}$; $x \neq 0{,}5$
19)	Vynásob: a) $\frac{rs-5s^2}{5s-r} \cdot \frac{2r+6s}{3s+r}$; b) $\left(\frac{-xy}{x-y} - x\right) \cdot \frac{y-x}{x}$.	$a)$ $-2s; r \neq -3s; r \neq 5s$; b) $x; x \neq y; x \neq 0$
20)	Vyděl: a) $\frac{u^2-4}{2-u} : \frac{2+u}{u^2}$; b) $\left(\frac{1+a}{b} + \frac{1+a}{ab}\right) : \left(\frac{a+1}{ab}\right)^2$.	$a)$ $-u^2; u \neq 0; u \neq 2$; b) $ab; a \neq 0; b \neq 0; a \neq -1$
21)	$\left(3 - \dfrac{1}{m} + \dfrac{m+1}{m}\right)^2$	16, m ≠ 0
22)	$\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}-a} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+a} + 1\right)(a^2 - 5)$	$a^2 - 2a - 5$, $a \neq \pm\sqrt{5}$
23)	a) $\left(\dfrac{5b^2}{3c}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{2c}{3a^2}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{9a^4}{4b^3}\right) : \dfrac{25b}{3c}$ b) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 - \left(\dfrac{2}{5}\right)^2$	$a)$ $\frac{2c^2}{9a^2}$, a,b,c ≠ 0 b) $\dfrac{443}{200}$

2) ROVNICE, NEROVNICE, SLOVNÍ ÚLOHY

Příklady

		Výsledky
1)	$6(x+3)-5(2-x)=3(2x-4)$	-4
2)	$7-3[5-(3-x)]=3(1-x)$	NŘ
3)	$x-7[x-6(x-5)]=6(6x-35)$	R
4)	$5(x-1)^2-2(x+3)^2=3(x+2)^2-7(6x-1)$	4
5)	$\frac{5x+1}{6}-\frac{7x-3}{8}=1-\frac{3x-1}{4}$	1
6)	$\frac{x+5}{3}-\frac{x}{2}=\frac{x-2}{3}-\frac{x-3}{2}$	NŘ
7)	$\frac{x+1}{x}-\frac{x}{x-8}=\frac{11}{8-x}$	2
8)	$\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{5x+4}{x^2-1}$	NŘ
9)	$\frac{2x}{x^2-9}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{3-x}$	$R-\{-3;3\}$
10)	$2x-3y=-18;\quad 6x+5y=2$	$[-3;4]$
11)	$\frac{x+7y}{4}-\frac{3x+8y}{3}=1;\quad \frac{3x+4y}{3}-\frac{4x-5y}{7}=4$	$[-5;3]$
12)	$(x-2)^2-(x+3)^2=2y+5,\ \frac{6-2x}{2}-\frac{y+5}{5}=3$	$[x,-5x-5]$
13)	$(5x-6)^2-(x-4)^2\geq(4x-2)^2+8x(x-2)-44$	$(-\infty,3)$
14)	$\frac{x-3}{2}-\frac{x-2}{3}>\frac{x}{2}-\frac{x-5}{3}$	NŘ
15)	$x-\frac{5x-3}{8}<\frac{3x+5}{8}$	R
16)	Tři základní školy navštěvuje celkem 678 žáků. Do první dochází o 21 žáků více a do třetí o 108 méně než do druhé školy. Kolik žáků navštěvuje jednotlivé školy?	276, 255, 147
17)	Kalkulačka byla nejprve zlevněna o 10%, a potom ještě 14%. Po dvojím zlevnění stála 387 Kč. Jaká byla původní cena?	500Kč
18)	Z Brna do Hlinska je 117 km. Z obou měst vyjela ve stejné době po téže trase proti sobě dvě auta. Auto z Brna jelo rychlostí 75 km/h a auto z Hlinska rychlostí 55 km/h. Za jakou dobu se auta potkala?	54 minut
19)	Nádrž se naplní dvěma přívody současně za 4 hodiny. Prvním přívodem by se naplnila za 12 hodin. Za jak dlouho by se naplnila druhým přívodem?	6 hodin
20)	Kolik litrů 60% roztoku soli a kolik litru 40% roztoku soli je třeba k vytvoření 2 litrů 55% roztoku	1,5 litru 60% roztoku

Slovní úlohy

a) o pohybu **zápis formou tabulky**

	rychlost	**dráha**	**čas**	**zkouška!!!**
objekt A				
objekt B				
objekt C, případně další				

Porovnání, sestavení rovnice, **kontrola jednotek**

Z města vyrazil cyklista rychlostí **30km/h** a **10** minut po něm za ním vyjel automobil rychlostí **60km/h**. Jak dlouho jel cyklista, než ho automobil dohonil a jak daleko od města to bylo? (20 min., 10km)

	rychlost	**dráha**	**čas**	
cyklista	30 km/h	30x (km)	x (hod)	
automobil	60 km/h	60 (x – 1/6) (km)	x – 1/6 (hod)	

pohyb „za sebou“ **rovnají se dráhy**

Z místa A do místa B vyjel cyklista rychlostí **30km/h** a za **10 minut** vyjel z místa B do místa A druhý cyklista stejnou rychlostí. Za jak dlouho od výjezdu prvního cyklisty se potkali, jestliže vzdálenost mezi místy A a B je **55 km**? (za 1 hodinu)

	rychlost	**dráha**	**čas**	
1. cyklista	30 km/h	30x (km)	x (hod)	
2. cyklista	30 km/h	30 (x – 1/6) (km)	x – 1/6 (hod)	
vzdálenost AB		celkem 55 km		

pohyb „proti sobě“ **součet drah se rovná celkové vzdálenosti**

b) společná práce **zápis formou tabulky**

	čas nutný na odvedení celé práce	díl práce za jednotku času	skutečná doba práce	podíl na splnění celé práce, skutečně odpracovaný díl,...	**zkouška!!!**
objekt A					
objekt B					
objekt C (příp. další)					

sestavení rovnice buď ve 3. nebo 5. sloupci: **kontrola jednotek!!!**

součet je roven části práce odpovídající jednotce času

součet = 1

při účasti „škodiče“ použít odčítání

Prvním přítokem se bazén naplní za **12 hodin**, druhým za **8 hodin**. Za jak dlouho naplníme bazén, jestliže druhý přítok otevřeme až po dvou hodinách práce prvního přítoku? (6 hodin)

	potřebuje k naplnění	za jednu hodinu	skutečná doba	podíly na práci

1. přítok	12 hod.	1/12 (bazénu)	x (hod.)	x/12
2. přítok	8 hod.	1/8	X - 2	(x-2)/8

x/12 + (x-2)/8 = 1

První přítok napustí bazén za **10 hodin**, druhý za **12** a čerpadlo vyčerpá bazén za **15 hodin**. Jak dlouho budeme napouštět bazén oběma přítoky, jestliže je pustíme současně a za **dvě** hodiny potom omylem zapneme odčerpávání? (asi 7 hodin a 25 minut)

	potřebuje k naplnění	za jednu hodinu	skutečná doba	podíly na práci
1. přítok	10 hod.	1/10 (bazénu)	x (hod.)	x/10
2. přítok	12 hod.	1/12	x	x/12
čerpadlo	15 hod.	1/15	2	- (x – 2)/15

x/10 + x/12 – (x-2)/15 = 1

c) směsi zápis **formou tabulky**

	celkové mn. směsi	obsah látky A		obsah látky B		totéž pro další složky směsí	**zkouška!!!**
		v %	v kg, l, …	v %	v kg, l, …		
směs I.							
směs II.							
směs III. (příp. další) výsledná směs							

porovnat součty pro jednu (pro kontrolu obě) látky

kontrola jednotek

Kolik gramů **90**procentního roztoku soli a kolik gramů **50**procentního roztoku soli je třeba smíchat, abychom získali 100 gramů roztoku, ve kterém je **60** gramů soli? (25 a 75 gramů)

	celkem (v gramech)	obsah soli		obsah vody		Zkouška!!!
		v %	v g	v %	v g	
roztok I.	**x**	90	**0,9 x**	10	**0,1 x**	
roztok II.	**100 - x**	50	**0,5 (100-x)**	50	**0,5 (100-x)**	
výsledný	**100**	60	**60**		**40**	

rovnice **buď** **0,9x + 0,5 (100-x) = 60** nebo **0,1 x + 0,5 (100-x) = 40**

Mořská voda má **5%** soli. Kolik destilované vody přidáme k **40 kg** mořské vody, aby obsah soli klesl na **2%** ? (60 kg)

	celkem (v kg)	obsah soli		obsah vody		Zkouška!!!
		v %	v kg	v %	v kg	
mořská voda	**40**	5	**0,05 . 40**	95	**0,95 . 40**	
destilovaná v.	**x**	0	**0**	100	**x**	
výsledek	**40 + x**	2	**0,02 (40 + x)**	98	**0,98 (40 + x)**	

rovnice **buď** **0,05 . 40 = 0,02 (40 + x)** nebo **0,95. 40 + x = 0,98 (40 + x)**

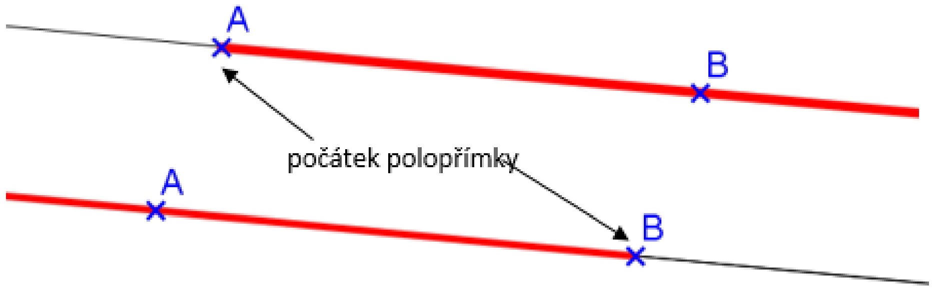
3) GEOMETRIE V ROVINĚ (podrobněji na http://jitkakrickova.cz/)

Základní útvary a základní konstrukce

Bod
je nejzákladnější geometrický pojem. Body zapisujeme písmeny velké abecedy: A, B, N, H, …

Přímka
Přímky zapisujeme písmeny malé abecedy: p, k, s, m, …

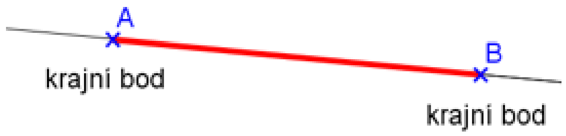
Polopřímka
Bod ležící na přímce dělí přímku na dvě části, navzájem opačné polopřímky. Ty se zadávají také pomocí dvou bodů, záleží na jejich pořadí. První z nich je krajní bod, tzv. **počátek**. Polopřímku s počátkem A a **vnitřním bodem** B značíme $\mapsto AB$.



zápis: $\mapsto AB$

zápis: $\mapsto BA$

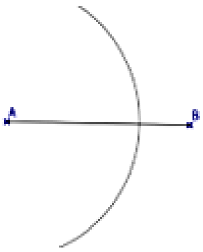
Úsečka
Úsečku AB lze definovat jako průnik dvou polopřímek $\mapsto AB \cap \mapsto BA$

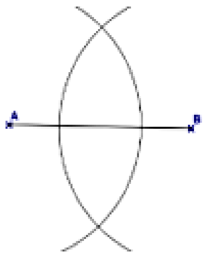


zápis: AB Velikost úsečky např.: $|AB| = 5cm$

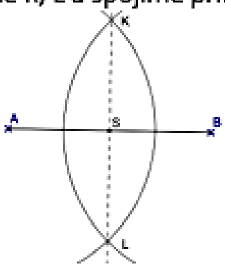
Střed úsečky
Body, které náleží úsečce a nejsou krajními, nazýváme vnitřní body úsečky. Ten z nich, který má od obou krajních bodů stejnou vzdálenost, je střed úsečky. Značíme S nebo s indexem např. S_{AB}.

Nalezení středu úsečky pomocí kružítka a pravítka:
Do kružítka vezmeme více než polovinu délky úsečky a okolo bodu A opíšeme kružnici (stačí část – oblouk). Se stejným poloměrem opíšeme stejnou kružnici okolo bodu B.





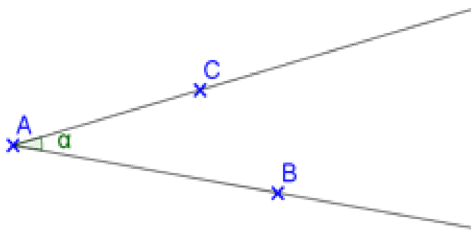
Obě kružnice se protnou ve dvou bodech, které označíme K, L a spojíme přímkou (osa úsečky).



Průsečík této přímky a úsečky AB je hledaný střed S.

Úhel

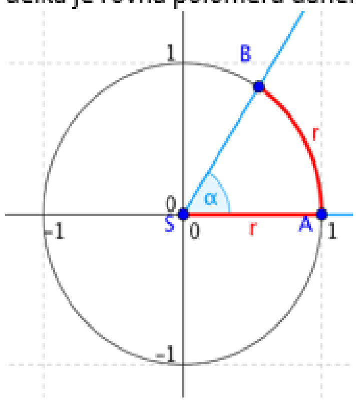
Úhel je část roviny ohraničená dvěma polopřímkami, které mají společný počátek.



Velikost úhlu - měří se:

v stupňové míře - stupeň se dále dělí na minuty (značí se ′) a vteřiny (značí se ″). Jeden stupeň má 60 minut a jedna minuta má šedesát vteřin: 1°= 60′, 1′ = 60″.

v obloukové míře – jednotkou je radián, jeho velikost odpovídá středovému úhlu oblouku, jehož délka je rovna poloměru daného oblouku.



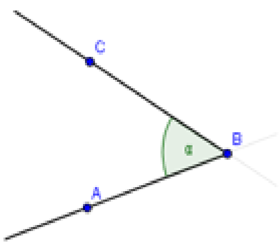
Jeden radián

Významné úhly:

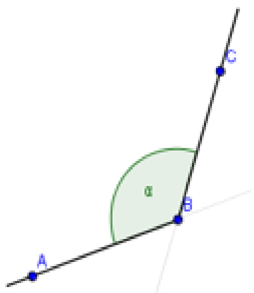
	stupně	radiány
Pravý úhel	90°	$\frac{\pi}{2}$
Přímý úhel	180°	π
Plný úhel	360°	2 π

$$1^\circ = \frac{\pi}{180}\,\text{rad}$$

Ostrý úhel – jeho velikost je menší než 90°



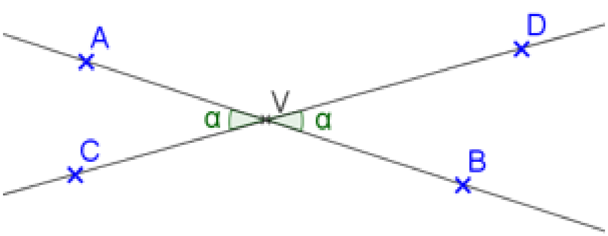
Tupý úhel – jeho velikost je větší než 90°

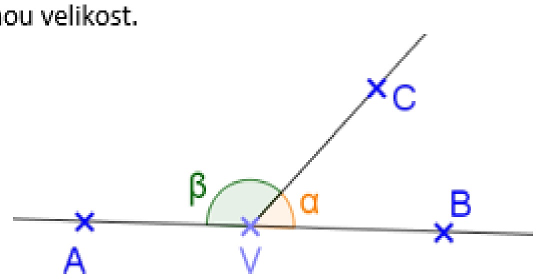


konvexní úhel (velikost méně než 180°), nekonvexní úhel (velikost více než 180°)

Dvojice úhlů

Vrcholové úhly (α) jsou takové úhly, které mají společný vrchol a jejich ramena tvoří opačné polopřímky. Vrcholové úhly jsou vždy shodné, mají stejnou velikost.

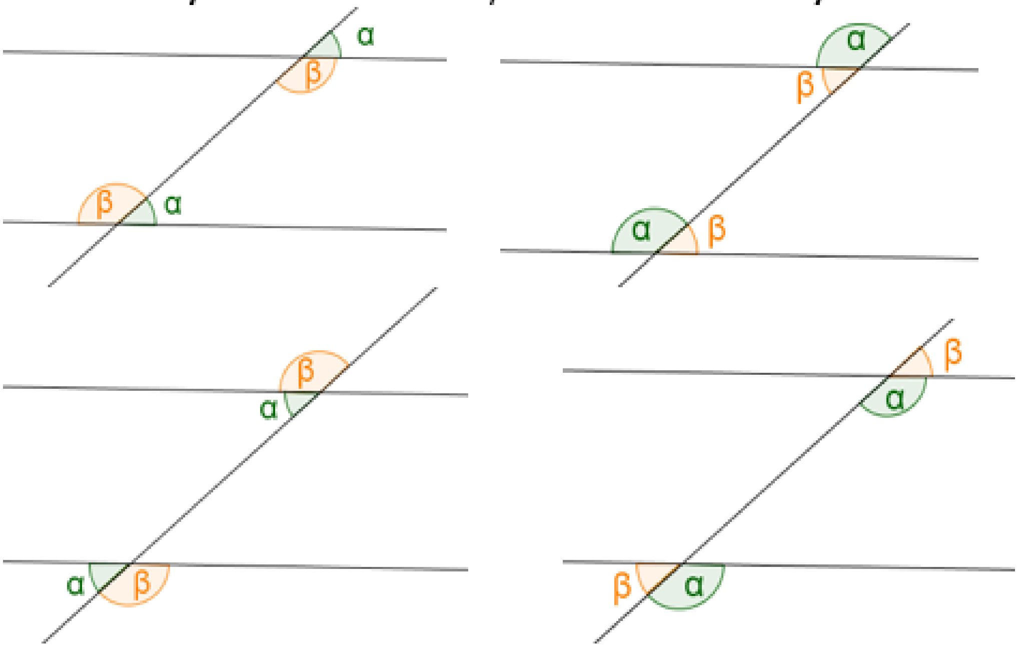




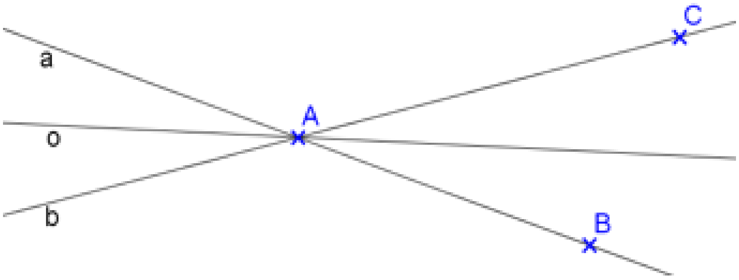
Vedlejší úhly (α , β) jsou takové úhly, které mají jedno rameno společné a druhá ramena jsou opačné polopřímky. Součet vedlejších úhlů je vždy roven 180° (přímému úhlu).

Rovnoběžky proťaté příčkou tvoří další dvojice shodných úhlů:

Souhlasné úhly - na obrázku označeny α **Střídavé úhly** - na obrázku označeny β.

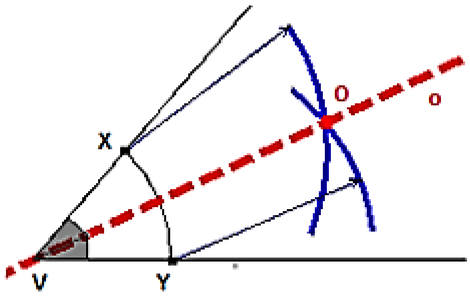


Osa úhlu - přímka, která prochází vrcholem úhlu a daný úhel půlí.

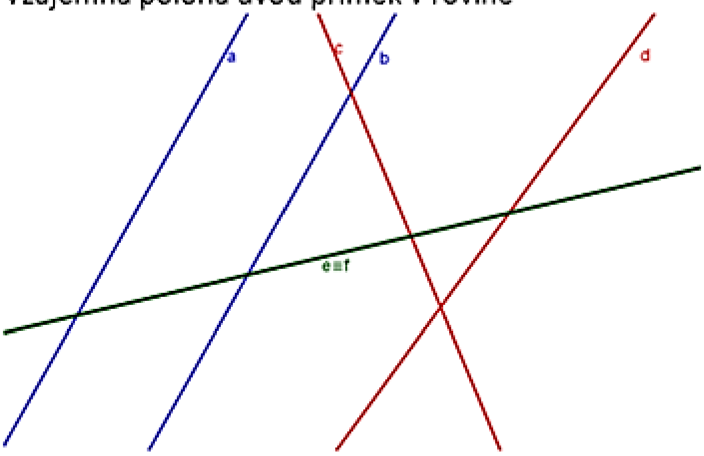


Konstrukce osy úhlu

1) z vrcholu úhlu V opíšeme libovolným vhodným poloměrem kruhový oblouk, který protne ramena úhlu v bodech X a Y
2) sestrojíme dva kruhové oblouky se středy v bodech X,Y a s libovolnými, ale vzájemně shodnými poloměry
3) osa úhlu je přímka určená vrcholem úhlu V a průsečíkem O dvou kruhových oblouků



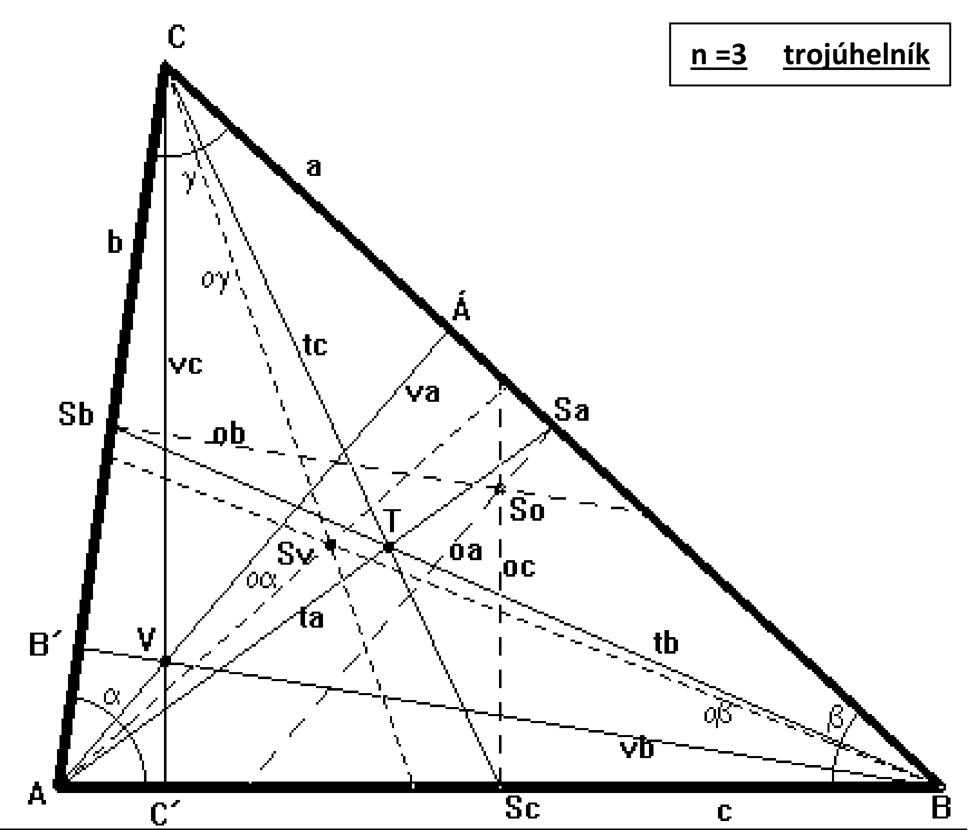
Vzájemná poloha dvou přímek v rovině



Na obrázku vidíme **rovnoběžné** přímky a, b,
různoběžné přímky c, d, které se protínají v jednom bodě
totožné přímky e, f.

Mnohoúhelníky (podrobněji na webu…..)

n =3 trojúhelník



obecný

a ≠ b ≠ c

a + b 〉 c

a - b 〈 c

$\alpha \neq \beta \neq \gamma$

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

výšky

$v_a \neq v_b \neq v_c$

ortocentrum **V**

těžnice

$t_a \neq t_b \neq t_c$

těžiště **T** , 2 : 1

osy stran

$o_a \neq o_b \neq o_c$

kruž. opsaná

střed S_o , **r**

osy úhlů

$o_\alpha \neq o_\beta \neq o_\gamma$

kruž. vepsaná

střed S_v , ρ

V , T , S_o , S_v vzájemně různé body

vzorce:

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2} = s \cdot \rho = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$

$S = \frac{1}{2}\, a\, b \sin\gamma = \frac{1}{2}\, a\, c \sin\beta = \frac{1}{2}\, b\, c \sin\alpha$

ostroúhlý, tupoúhlý

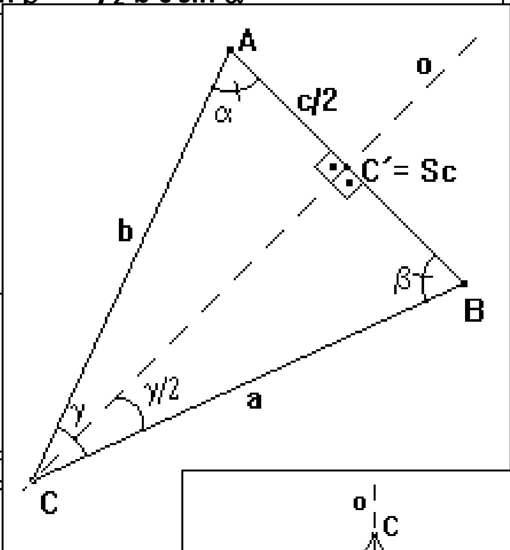
rovnoramenný

$a = b \neq c \qquad \alpha = \beta \neq \gamma$

$v_a = v_b \neq v_c \qquad t_a = t_b \neq t_c$

$v_c = t_c = o_c = o_\gamma = \mathbf{o}$ (osa souměrnosti)

V , T , S_o , $S_v \in \mathbf{o}$



řešení:

rozdělení na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky

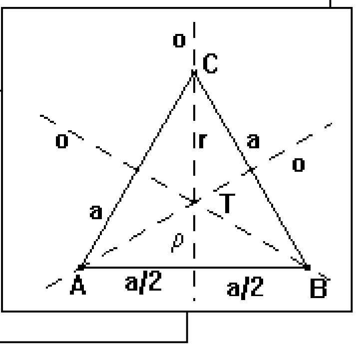
rovnostranný: $a = b = c \Rightarrow \alpha = \beta = \gamma = 60°$

$v_a = v_b = v_c$, $t_a = t_b = t_c$

splývají **v** , **t** a obě osy ⇒ **V = T = S_o = S_v** ⇒ existují 3 osy souměrnosti

vzorce:

$$v = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}, \quad r = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}, \quad \rho = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{6}, \quad S = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



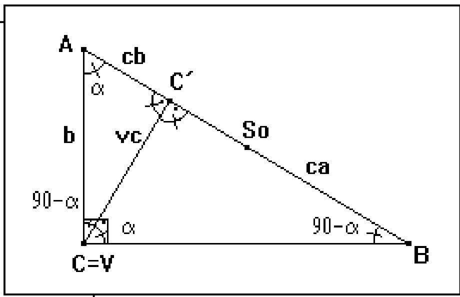
nerovnoramenný

odvěsny $a \neq b$ přepona **c**

úseky na přeponě c_a, c_b $c = c_a + c_b$

úhly: α, $\beta = 90° - \alpha$, $\gamma = 90°$

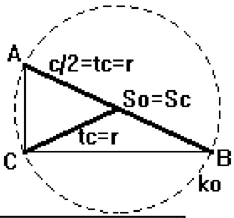
výšky: $v_a = b$, $v_b = a$, v_c



vzorce:

Pyth. vět Euklidovy věty $v_c^2 = c_a \cdot c_b$

$c^2 = a^2 + b^2$ $a^2 = c \cdot c_a$ $b^2 = c \cdot c_b$



Thaletova kr.

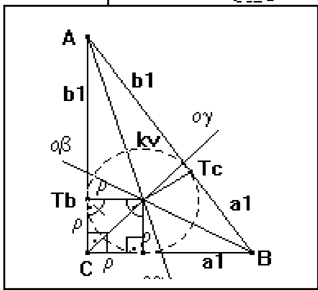
goniometrické funkce

$\sin\alpha = \cos\beta = {}^{a}/_{c}$ (= ${}^{ca}/_{a}$ = ${}^{vc}/_{b}$)

$\sin\beta = \cos\alpha = {}^{b}/_{c}$ (= ${}^{vc}/_{a}$ = ${}^{cb}/_{b}$)

$\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{cotg}\,\beta = {}^{a}/_{b}$ (= ${}^{ca}/_{vc}$ = ${}^{vc}/_{cb}$)

$\mathrm{tg}\,\beta = \mathrm{cotg}\,\alpha = {}^{b}/_{a}$ (= ${}^{cb}/_{vc}$ = ${}^{vc}/_{ca}$)



kr. vepsaná:

$CT_aS_vT_b$ je

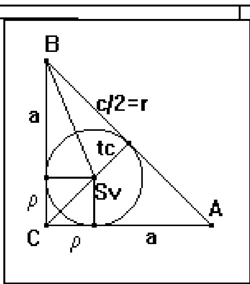
čtverec

rovnoramenný ($\gamma = 90°$)

$a = b \neq c$ $c = a \cdot \sqrt{2}$ $\alpha = \beta = 45°$

$v_c = t_c = o_c = o_\gamma = \mathbf{o}$ (osa soum. – další 2 rr prav. tr.)

$V, T, S_o, S_v \in \mathbf{o}$



pol. kružnice vepsané:

$t_c = \rho + \rho\sqrt{2}$

$= {}^{c}/_{2}$

$\rho = {}^{c}/_{2} \cdot (\sqrt{2} - 1)$

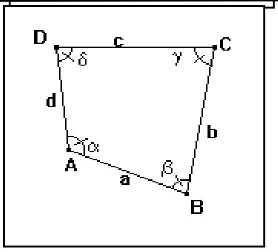
$\rho = a(1 - {}^{\sqrt{2}}/_{2})$

pravoúhlý

n = 4 čtyřúhelník

obecný (různoběžník – žádná dvojice rovnoběžných stran)

$a \neq b \neq c \neq d$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \delta$ $\beta + \gamma + \delta = 360°$



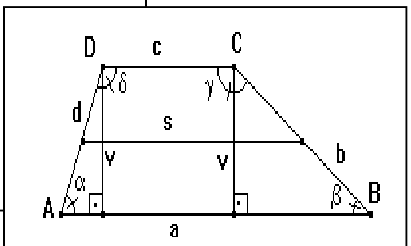
lichoběžník

základny $a \parallel c$, $a \neq c$ ramena $b \nparallel d$, $b \neq d$

vnitřní úhly $\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180°$ přilehlé

střední příčka $s = {}^{(a+c)}/_{2}$

obsah $S = s.v = {}^{(a+c)\cdot v}/_{2}$

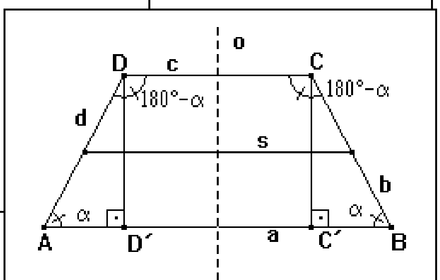


lichoběžník rovnoramenný

základny $a \parallel c$, $a \neq c$ ramena $b \nparallel d$, $b = d$

vnitřní úhly $\alpha = \beta$, $\gamma = \delta$

osově souměrný $o_a = o_c = \mathbf{o}$



$|AD'| = |BC'| = (a - c)/_{2}$

lichoběžník pravoúhlý pod rovnoběžníky

právě 1 dvojice rovnoběžných stran

rovnoběžníky

obě dvojice protějších stran jsou rovnoběžné shodné úsečky

kosodélník ($a \neq b$)

a || c a = c b || d b = d

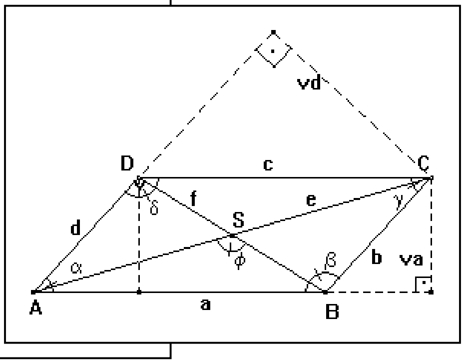
vnitřní úhly $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$

$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180°$ přilehlé

výšky $v_a = v_c$ $v_b = v_d$

úhlopříčky **e** , **f** : **vzájemně se půlí,**

průsečík **S** je střed souměrnosti



kosočtverec (spec. případ kosodélníku, má všechny jeho vlastnosti + :)

a = b = c = d

úhlopříčky **e** , **f** : jsou na sebe kolmé

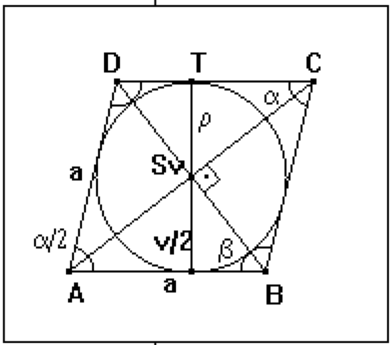
půlí úhly při vrcholech

jejich průsečík je střed kružnice vepsané

vzorce:

Pyth. a Eukl. věty v pravoúhlých tr., gon. funkce

$$S = a \cdot v = 2a \cdot \rho = {}^{e \cdot f}/_{2}$$



pravoúhelníky

obdélník (spec. případ kosodélníku, má všechny jeho vlastnosti + :)

vnitřní úhly **všechny pravé**

výšky $v_a = b$ $v_b = a$

úhlopříčky **e** , **f** : stejně dlouhé **e = f = u**

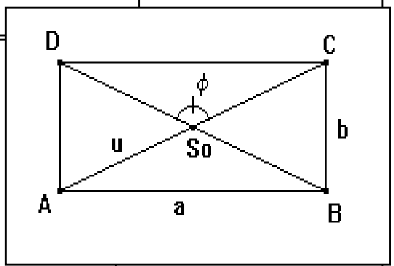
jejich průsečík je střed kr. opsané

(nejsou kolmé, nepůlí úhly)

vzorce: P. v. , E. v. , gon. f.

$$u = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad r = {}^{u}/_{2}$$

$$S = a \cdot b = {}^{1}/_{2}\, u^2 \cdot \sin \varphi$$



čtverec (spec. případ obdélníku, má všechny jeho vlastnosti + :)

úhlopříčky: stejně dlouhé

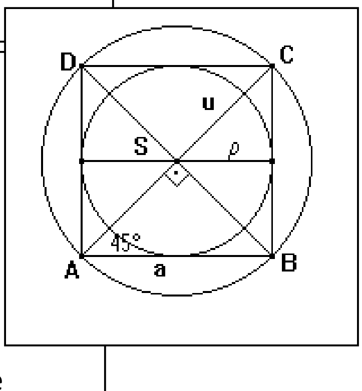
jsou kolmé

půlí úhly ⇒ úhly **45°** mezi stranou a úhlopř.

jejich průsečík je střed kr. opsané i vepsané

vzorce: $u = a \cdot \sqrt{2}$ $r = a \cdot {}^{\sqrt{2}}/_{2}$ $\rho = {}^{a}/_{2}$

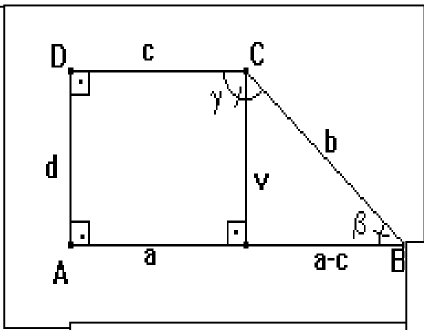
$$S = a^2 = u^2/2$$



lichoběžník pravoúhlý

základny a || c , $a \neq c$ ramena b ╫ d

vnitřní úhly $\alpha = \delta = 90°$ $\beta + \gamma = 180°$



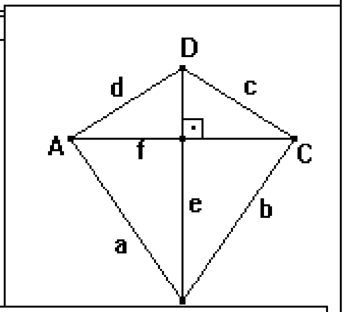
deltoid $a = b \neq c = d$

úhlopříčky $e \perp f$ $e \neq f$

e - osa souměrnosti $\Rightarrow$ půlí úhly při vrcholech B , D

skládá se ze dvou rovnoramenných tr.

čtyř pravoúhlých tr. , dva a dva shodné



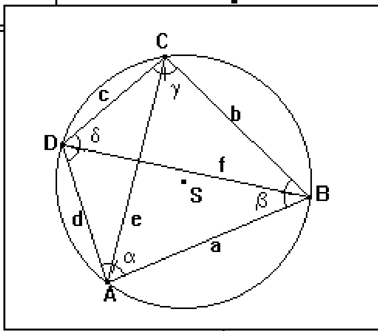
čtyřúhelník tětivový

$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$ **obvodové**

Ptolemaiova věta ac + bd = e . f

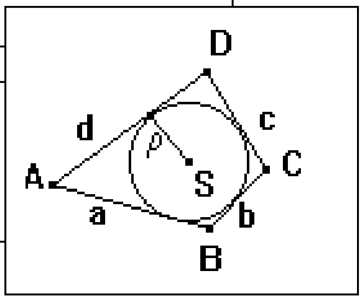
$S = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$,

$s = {}^1/_2 \,.\, (a + b + c + d)$



čtyřúhelník tečnový

a + c = b + d $S = \rho \,.\, s$



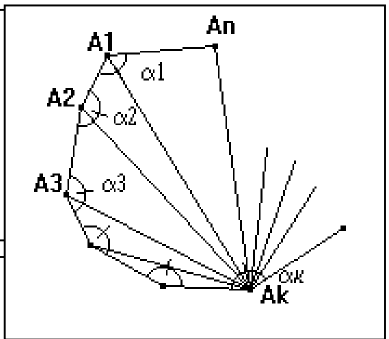
zvláštní čtyřúhelníky

n 〉 4 (konvexní) n-úhelník

pro všechny platí jen dva vzorce:

součet velikostí vnitřních úhlů $S_u = (n - 2) \,.\, 180°$

počet úhlopříček $p_u = {}^1/_2 \,.\, n \,.\, (n - 3)$



pravidelný n-úhelník

lze mu kružnici opsat i vepsat $S_o = S_v$

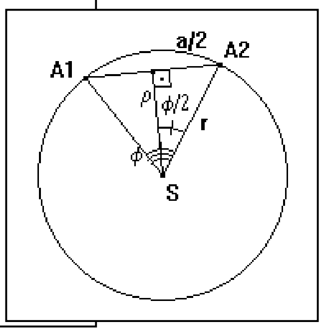
lze jej rozložit na __n__ shodných rovnoramenných

trojúhelníků A_1A_2S , ...

středové úhly $| \angle A_1 S A_2 | = \varphi = {}^{2\pi}/_{n}$

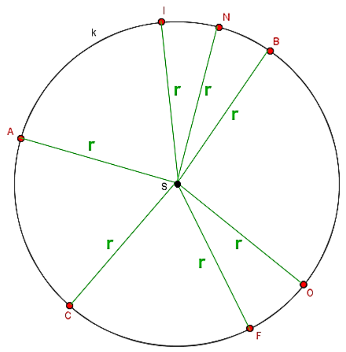
poloměr kr. opsané $r = {}^a/_2 \,.\, \sin(\pi / n)$

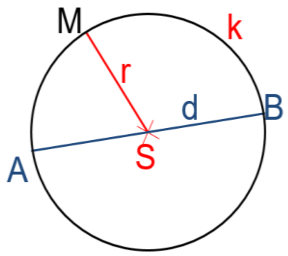
poloměr kr. vepsané $\rho = {}^a/_2 \,.\, \mathrm{tg}(\pi / n)$



Kružnice, kruh

Kružnice *k (S;r)* je množina všech bodů *X* roviny, které mají od bodu *S* vzdálenost *r*.





S - střed kružnice

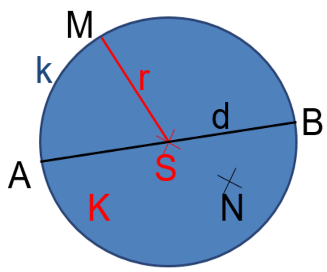
r - poloměr kružnice

|AB| = *d* - průměr kružnice; *d = 2.r*

k (S, r)

= kružnice *k* se středem v bodě *S* a poloměrem *r*

Množina všech bodů roviny, jejichž vzdálenost od bodu *S* je menší než *r* nebo se rovná *r*, se nazývá **kruh**.



S - střed kruhu, *r* - poloměr kruhu

|AB| = *d* - průměr kruhu; *d = 2.r*

M, N - body kruhu, N vnitřní bod

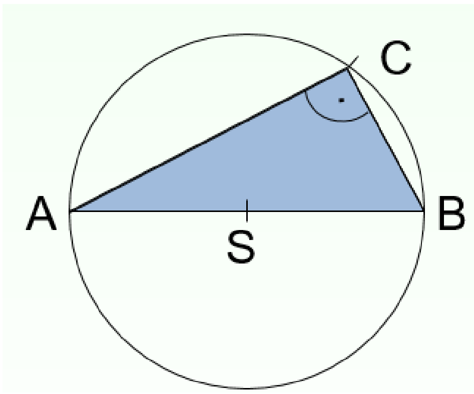
K (S, r) = kruh *K* se středem v bodě *S* a poloměrem *r*

Kružnice *k(S, r)* ohraničuje kruh *K(S, r).*

Thaletova věta

Jestliže ∆ ABC je pravoúhlý s přeponou AB, pak vrchol C (pravý úhel) leží na kružnici k s průměrem AB (platí pro libovolný ∆).

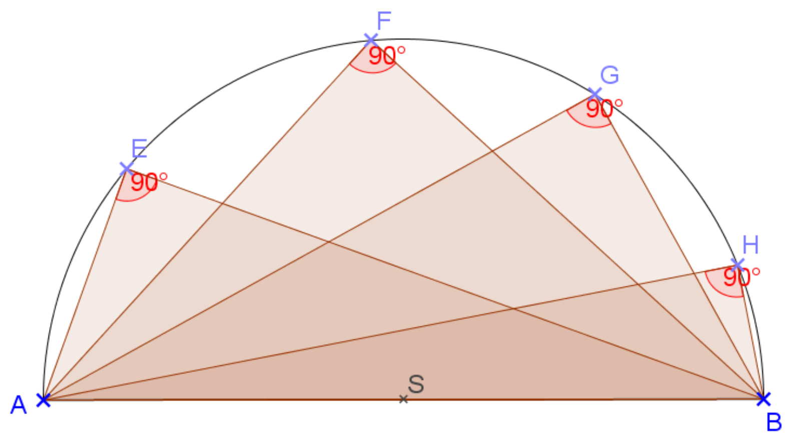
(Tháles z Milétu asi 624 – 547 př. n. l., řecký filosof, matematik a astronom)



Thaletova kružnice

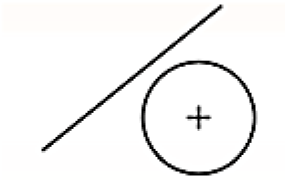
- kružnice opsaná pravoúhlému ∆

Thaletova kružnice je taková kružnice, která má střed uprostřed přepony pravoúhlého trojúhelníku a poloměr rovný polovině přepony.

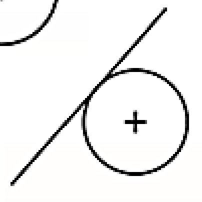


Vzájemná poloha přímky a kružnice

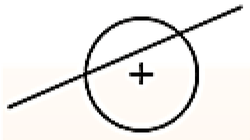
Vnější přímka
- přímka, která **nemá s kružnicí žádný společný bod**



Tečna
- přímka, která má s kružnicí jeden společný bod
Tečna je vždy v bodě dotyku kolmá na poloměr kružnice.



Sečna
- přímka, která má s kružnicí **dva společné body**

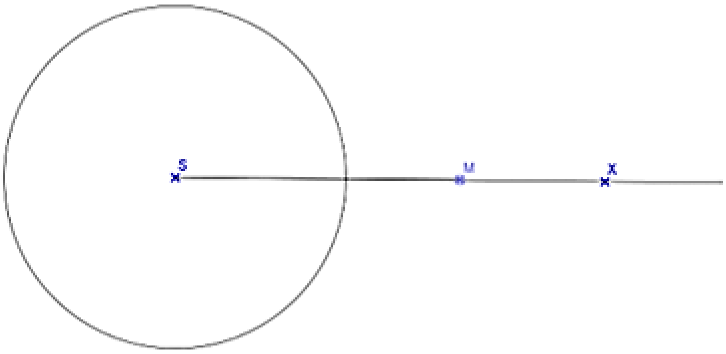


Sestrojení tečny ke kružnici:
1) je dán bod dotyku na kružnici

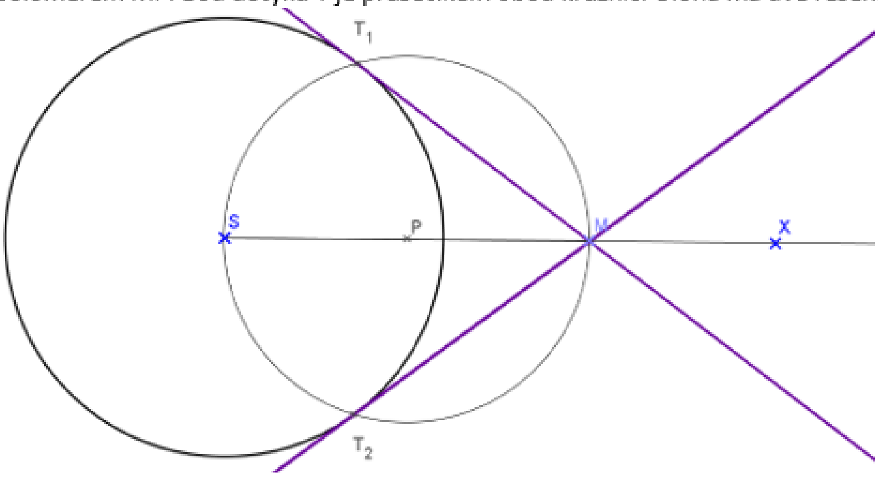
Úkol:
Sestrojte kružnici *k(S; 2,5 cm).* Na kružnici *k* zvolte bod *T.* Sestrojte tečnu, která je tečnou kružnice v bodě T – sestrojíme ji jako kolmici na poloměr v bodě T.

2) bod, kterým má tečna procházet, leží mimo kružnici

Příklad:
Je dána kružnice k(S; 3 cm). Na polopřímce SX zvolte bod M, tak aby ISMI = 5 cm. Z bodu M sestrojte tečnu ke kružnici, najděte bod dotyku T.



K řešení použijeme Thaletovu kružnici. Hledáme bod dotyku tečny, aby tečna splňovala podmínku, že je v bodě dotyku kolmá na poloměr, musí bod dotyku T ležet na Thaletově kružnici, body S a M tvoří krajní body průměru.
Nejprve tedy najdeme střed úsečky SM – bod P. Dále sestrojíme Thaletovu kružnici se středem P a poloměrem MP. Bod dotyku T je průsečíkem obou kružnic. Úloha má dvě řešení.



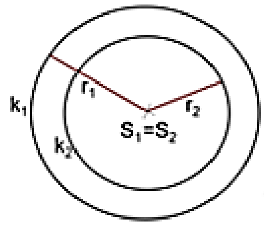
Vzájemná poloha dvou kružnic

1) soustředné kružnice

= kružnice, které mají společný střed - nemají žádný společný bod.

$S_1 = S_2 \wedge r_1 > r_2 \Rightarrow k_1 \cap k_2 = \theta$

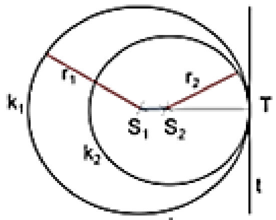
$|S_1S_2| = 0$ cm



2) kružnice mají vnitřní dotyk

mají jeden společný bod T; T je bod dotyku kružnic se společnou tečnou *t*.

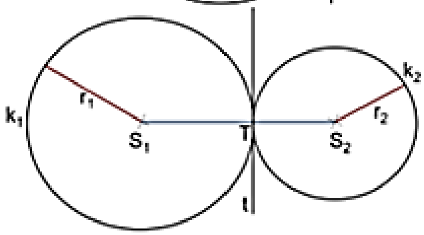
$|S_1S_2| = r_1 - r_2$



3) kružnice mají vnější dotyk.

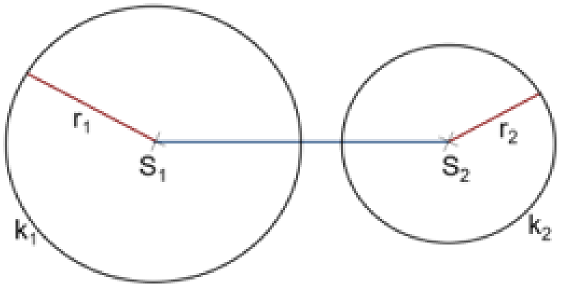
mají jeden společný bod T; T je bod dotyku kružnic se společnou tečnou *t*.

$r_1 + r_2 = |S_1S_2|$

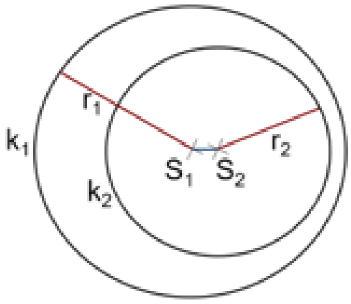


4) kružnice nemají žádný společný bod.

$r_1 - r_2 < \quad r_1 + r_2 < |S_1S_2|$



$|S_1S_2| < r_1 - r_2$

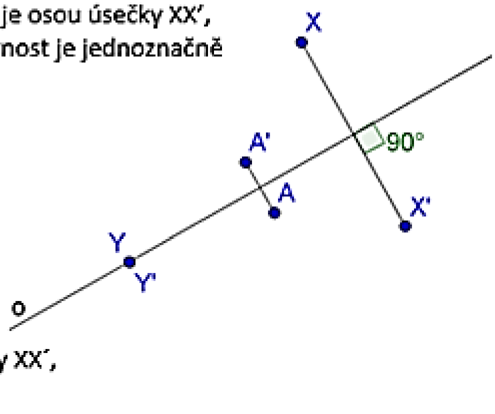


Geometrická zobrazení

Osová souměrnost

Definice:

Je dána přímka o. Osová souměrnost s osou o je shodné zobrazení O(o), které přiřazuje: každému bodu X neležícímu na ose o bod X' tak, že přímka o je osou úsečky XX', každému bodu Y ležícímu na ose o bod Y' = Y . Osová souměrnost je jednoznačně určena osou souměrnosti.

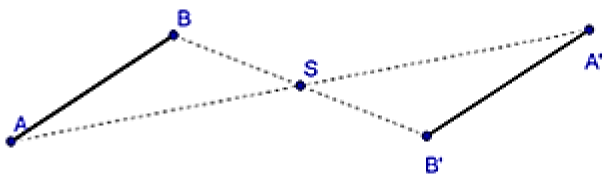


Středová souměrnost

Definice: je dán bod S. Středová souměrnost se středem S je shodné zobrazení S(S), které přiřazuje:

1. každému bodu X ≠ S bod X´ tak, že bod S je středem úsečky XX´,

2. bodu S bod S´ = S



středová souměrnost je jednoznačně určena středem S souměrnosti

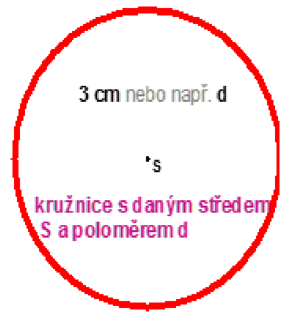
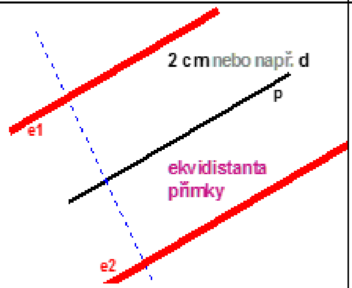
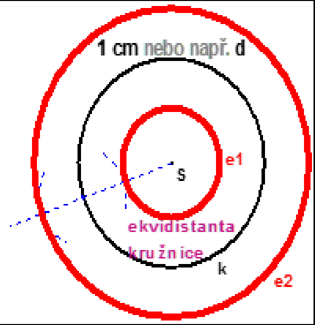
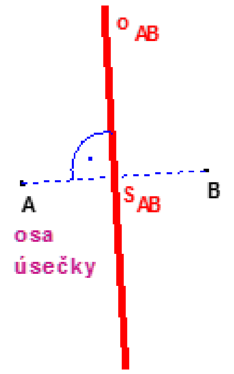
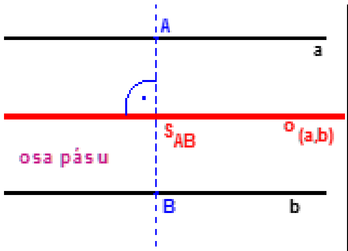
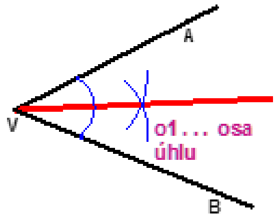
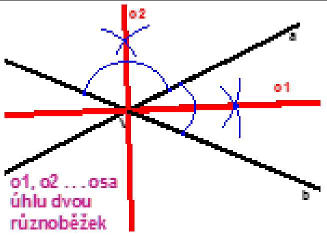
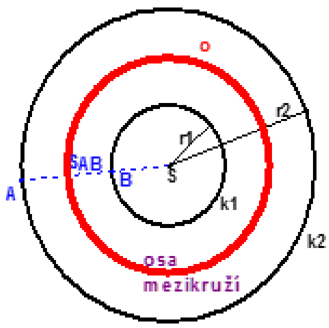
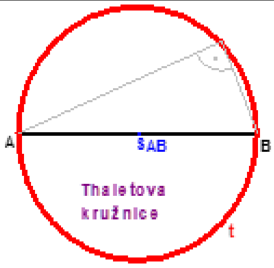
Příklady

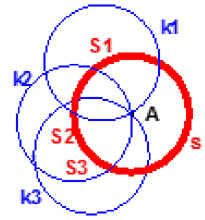
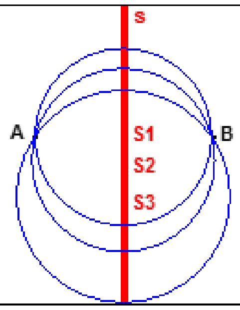
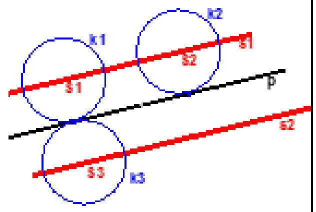
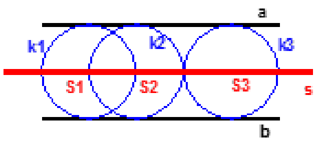
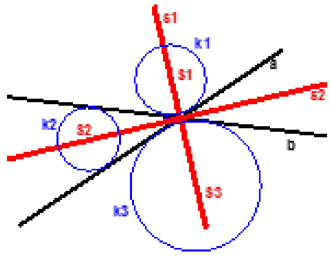
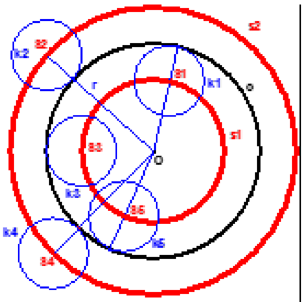
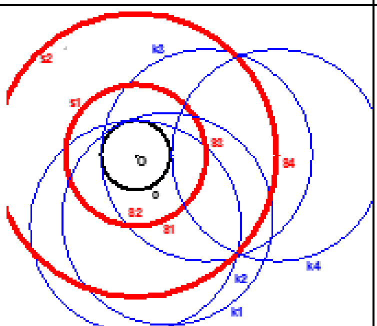
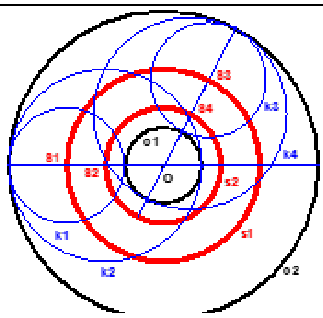
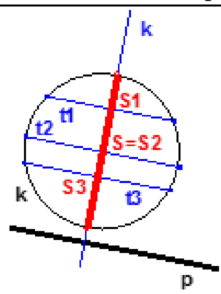
1)	a) Existuje rovnoramenný trojúhelník o stranách **2,3 cm** a **5 cm**? b) Vypočítejte zbývající vnitřní a vnější úhly trojúhelníka ABC : **α = 27°41´** , **β´ = 127°43 ´** . c) Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka ABC, jsou-li v poměru **2 : 5 : 5**. Jaký je to tr.? d) Obvod trojúhelníka $A_1B_1C_1$, který je tvořen středními příčkami trojúhelníka ABC, je **42,7 cm**. Vypočtěte obvod trojúhelníka ABC	a) ano, jeden b) α´ = 152° 19´, β = 100° 2´ , γ = 52° 17´ , γ´ = 79° 58´ c) 30°, 75°, rr. d) 2 x větší
2)	Odvěsny pravoúhlého trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C mají délky **12 cm** a **18 cm**. Vypočtěte velikost ostrých úhlů a délku přepony trojúhelníka ABC.	33 40´; 56 20´ 21,63 cm
3)	V rovnoramenném trojúhelníku ABC má základna **c = 12 cm** a ramena délku **7 cm**. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů tr. a výšku na základnu.	31 ; 3,6 cm
4)	V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C je úhel **α** = 38° a délka přepony **c = 18,2 cm.** Vypočtěte délku odvěsny b.	14,34 cm
5)	Určete délky stran a velikosti vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníka ABC s přeponou c, je-li obsah trojúhelníka **224,46 cm^2** a strana **a = 25,8 cm**.	b = 17,4 m; c = 31,1 cm; α = 56°, β = 34°
6)	Strany obdélníku mají délky v poměru **3 : 5**. Jak velké úhly svírají úhlopříčky se stranami obdélníka?	31°
7)	V lichoběžníku ABCD (AB || CD) je dána delší základna **a = 56,3 cm** , výška **v = 20 cm** , **α = 60°** a **β = 48°**, které svírají ramena se základnou AB. Vypočítejte délku druhé základny CD a velikost ramen BC a AD.	c = 26,7 cm b = 26,9 cm d = 23,1 cm
8)	Kosočtverec má obsah **S = 867 cm^2**, poměr jeho úhlopříček je **e : f = 2 : 3** . Vypočtěte velikosti úhlopříček, jeho strany a výšky.	34, 51, 30,6, 28,3
9)	Vypočítejte délku strany a obsah pravidelného sedmiúhelníku, je-li délka jeho nejkratší úhlopříčky **u = 16,3 cm** .	9,05cm, 297,35cm^2
10)	Vypočtěte obsah kruhové úseče, jejíž tětivou je strana pravidelného osmiúhelníka vepsaného do kružnice o poloměru **r = 2,5 cm** .	0,24cm^2
11)	Obsah kruhové výseče je **S = 15,3 cm^2**, délka jejího oblouku je **l = 6 cm** . Vypočítejte poloměr kruhu a příslušný středový úhel.	5,1, 67°
12)	Vypočtěte obsah plochy omezené třemi shodnými vzájemně se vně dotýkajícími kružnicemi s poloměry **r = 3 cm** .	1,45 cm^2
13)	Tětiva MN v kružnici k příslušná středovému úhlu MSN **132°** má od středu S kružnice vzdálenost **82 mm**. Vypočítejte poloměr kružnice.	20 cm
14)	Vypočítejte velikost úhlu, který svírají tečny vedené z bodu M ke kružnici k, která má střed v bodě S a poloměr **6 cm**. **|SM| = 12 cm**.	30°
15)	Štít chaty má tvar rovnoramenného trojúhelníka se základnou **3,1 m** a ramenem **2,38 m**. Kolik čtverečných metrů prken je nutno koupit k zabednění dvou štítů, počítá-li se s **5,5 %** odpadu?	2,95 m^2
16)	Přímá železniční trať má stoupání **16 promile**. Pod jakým úhlem stoupá?	1°
17)	Lanovka má přímou trať pod úhlem **40°**, její délka je **870 metrů**. Jaký je výškový rozdíl mezi dolní a horní stanicí a jaká je jejich vodorovná vzdálenost?	559 m, 666 m
18)	Kolik schodů je třeba na schodiště, které má sklon **36° 30’**, je vysoké **15** metrů a jednotlivé schody jsou široké **27 cm**?	75
19)	Fotbalová branka je široká **7** metrů a vysoká **2** metry. Značka pokutového kopu je od branky vzdálena **11** metrů. a) Jaký střelecký úhel má k dispozici střelec, který kope pokutový kop? b) Pod jakým největším úhlem do výšky může vystřelit fotbalista, který kope pokutový kop, aby branku nepřestřelil ? c) Pod jakým úhlem musí vystřelit fotbalista, který kope pokutový kop, aby trefil pravý horní roh brány ? d) Jak daleko od značky je vzdálen roh branky?	a) 35° 20’ , b) 10° 10’ , c) 9° 50’ d) 11,7 m
20)	Z okna ležícího **8 m** nad horizontální rovinou vidíme vrchol věže ve výškovém úhlu **53° 20´** a v hloubkovém úhlu **14° 15´**. Jak vysoká je věž?	50,3 m

4) KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

Množiny bodů dané vlastnosti (podrobněji na http://jitkakrickova.cz/)

Množinou *M* všech bodů dané vlastnosti *V* rozumíme takový geometrický útvar *G*, jehož všechny body splňují následující dvě podmínky: **1)** Každý bod útvaru G má danou vlastnost V **2)** a obráceně, každý bod, který má danou vlastnost V, je bodem útvaru G.

<table>
<tr><td colspan="4">v obrázku: dané prvky černě, pomocné konstrukce modře, hledaná množina červeně, název fialově</td></tr>
<tr><td colspan="4">a) množina bodů, které jsou o danou délku vzdáleny od daného útvaru (bod přímka, kružnice)</td></tr>
<tr><td>dáno:</td><td>S, d (d = 3cm)</td><td>a, d (d = 2cm)</td><td>k (S, r), d (d = 1cm)</td></tr>
<tr><td>zápis množiny</td><td>k = {X, |XS| = d }</td><td>e = {X, |X,p| = d }</td><td>e = {X, |X, k| = d }</td></tr>
<tr><td>obrázek, konstrukce, název množiny</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>popis množiny</td><td>všechny body kružnice k</td><td>dvojice přímek rovnoběžných s danou přímkou, ve vzdálenosti d od ní</td><td>dvojice soustředných kružnic s kružnicí danou a poloměry r + d , r – d</td></tr>
<tr><td colspan="4">b) množina bodů, které jsou stejně vzdáleny od dvou daných útvarů</td></tr>
<tr><td>dáno:</td><td>dva různé body
A, B</td><td>dvě přímky rovnoběžné a , b</td><td>úhel AVB, dvě polopřímky se spol. počátkem</td></tr>
<tr><td>zápis množiny</td><td>o = { X, |XA| = |XB| }</td><td>o = { X, |X, a| = |X, b| }</td><td>o = { X, |X, VA| = |X, VB| }</td></tr>
<tr><td>obrázek, konstrukce, název množiny</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>popis množiny</td><td>přímka kolmá na AB, prochází jejím středem S_{AB}</td><td>přímka rovnoběžná s danými, v poloviční vzdálenosti od obou př.</td><td>polopřímka o_1 - osa úhlu</td></tr>
<tr><td>dáno:</td><td>dvě různoběžné přímky a, b</td><td>dvě soustředné kružnice k_1, k_2 se středem S a poloměry r_1 a r_2</td><td>c) další množiny
úsečka AB</td></tr>
<tr><td>zápis mn.</td><td>o = { X, |X, a| = |X,b| }</td><td>o = { X, |X, k_1| = |X, k_2| }</td><td>t = { X, | ∠AXB | = 90°}</td></tr>
<tr><td>obrázek, konstrukce název množiny</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>popis množiny</td><td>dvě vzájemně kolmé přímky – osy dvou vedlejších úhlů</td><td>kružnice o (S, $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$)</td><td>kružnice s průměrem AB</td></tr>
</table>

d) množiny středů kružnic			
dáno:	**A, r = 1cm**	dva různé body **A, B**	přímka **p, r = 1cm**
zápis množiny	s = { S_k, k(S_k, r = 1cm), A ∈ k} středy kružnic procházejících daným bodem	s = { S_k, k(S_k, r), A ∈ k, B ∈ k } středy kružnic procházejících dvěma danými body	s = { S_k, k(S_k, r = 1cm), p je tečna kr. k } středy kružnic dotýkajících se dané přímky
obrázek, konstrukce název množiny			
popis množiny	kružnice o středu A a poloměru 1cm	osa úsečky AB	dvojice rovnoběžek ve vzdálenosti r od p
dáno:	rovnoběžky **a, b**	různoběžky **a, b**	kružnice **o (O, r)**, **$\rho < r$**
zápis množiny	s = { S_k, k(S_k, r), a, b jsou tečny kr. k } středy kružnic dotýkajících se dvou daných přímek	s = { S_k, k(S_k, r), a, b jsou tečny kr. k } středy kružnic dotýkajících se dvou daných přímek	s = { S_k, k(S_k, ρ), k se dotýká kr. o} středy kružnic dotýkajících se dané kružnice
obrázek, konstrukce název množiny			
popis množiny	osa pásu	osy úhlů	dvě kružnice soustředné s **o** o poloměrech **r + ρ , r - ρ**
dáno:	kružnice **o (O, r)**, **ρ** větší než **r**	kružnice **o_1**(O, r_1), **o_2**(O, r_2)	k(S,r), přímka p
zápis množiny	s = { S_k, k(S_k, **ρ**), k se dotýká kr. o} středy kružnic dotýkajících se dané kružnice	s = { S_k, k se dotýká obou daných kružnic}	množina středů tětiv kružnice k, které jsou rovnoběžné s danou přímkou
obrázek, konstrukce název množiny			
popis množiny	dvě kružnice soustředné s o o poloměrech **ρ + r , ρ - r**	dvě kružnice soustředné s o_1 **a** o_2 o poloměrech $\frac{r_1+r_2}{2}$ a $\frac{r_2-r_1}{2}$	úsečka bez krajních bodů – průměr dané kružnice kolmý na danou přímku

Příklady

(řešené úlohy http://jitkakrickova.cz/)

1) Sestrojte obdélník ABCD, je-li dána strana a = 7 cm a úhlopříčka |AC| = 8,5 cm.

2) Sestrojte kosočtverec ABCD, je-li |AC|=10 cm, |BD|=6 cm.

3) Sestrojte lichoběžník ABCD (AB||CD), je-li: a = 7 cm, c = 3 cm, α = 75°, v = 5 cm.

4) Sestrojte lichoběžník ABCD (AB||CD), je-li: a = 8 cm, c = 4 cm, d = 5 dm, α = 75°.

5) Sestrojte lichoběžník ABCD (AB||CD), je-li: a = 7 cm, c = 3 cm, IBDI = 6 dm, $|\angle ABD|$ = 45°.

6) Sestrojte pravidelný šestiúhelník o straně a = 4 cm.

7) Sestrojte pravidelný osmiúhelník, který je vepsán kružnici o poloměru r = 4 cm.

8) Sestrojte trojúhelník ABC (a = 5 cm, b = 5,5 cm, c = 6 cm). Opište mu kružnici.

9) Sestrojte trojúhelník ABC, ve kterém α = 40°, b = 4 cm, c = 5 cm.

10) Sestrojte trojúhelník ABC, ve kterém α = 40°, β = 60°, c = 8 cm.

11) Sestrojte trojúhelník ABC, ve kterém c = 8 cm, v_c = 4 cm, b = 5 cm.

12) Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže b= 6 cm, a= 4,5 cm, v_b= 3 cm.

13) Sestrojte trojúhelník ABC, jestliže c = 5 cm, v_c = 3 cm, t_c = 3 cm

14) Sestrojte trojúhelník ABC, ve kterém c = 7 cm, α = 60°, t_c = 4 cm.

15) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dána délka strany b = 5 cm, v_b = 4 cm a poloměr kružnice opsané r = 3,5 cm.

16) Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C, je-li c = 6,6 cm, v_c = 3 cm.

17) Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC, ve kterém přepona c = 7 cm a odvěsna b = 5,5 cm.

18) Je dána kružnice k(S; 3 cm). Na polopřímce SX zvolte bod M, tak aby ISMI = 5 cm. Z bodu M sestrojte tečnu ke kružnici, najděte bod dotyku T.

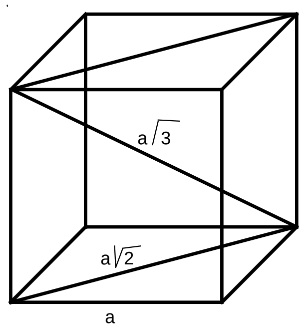
19) Sestrojte trojúhelník, je-li dáno:
- a) a = 3 cm, b = 6 cm, α = 30°
- b) c = 7,2cm, α = 60°, β = 15°
- c) c = 8 cm, α = 45°, χ = 70°

20) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:
- a) a = 4,2 cm, v_a = 5 cm, β = 30°
- b) c = 3,8 cm, b = 5,1 cm, t_c = 5,1 cm
- c) * b = 3 cm, t_c = 2,5 cm, t_a = 4 cm

(Návod: Využijte vlastnosti těžiště.)

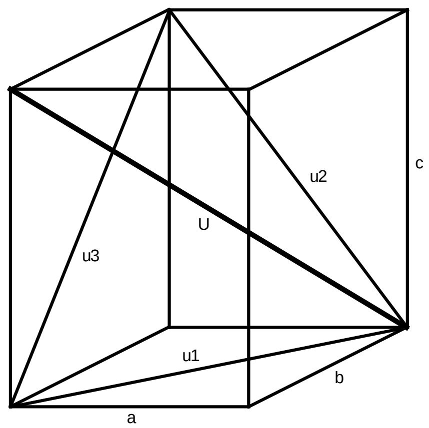
5) ZNÁMÁ TĚLESA

krychle
(1 údaj)



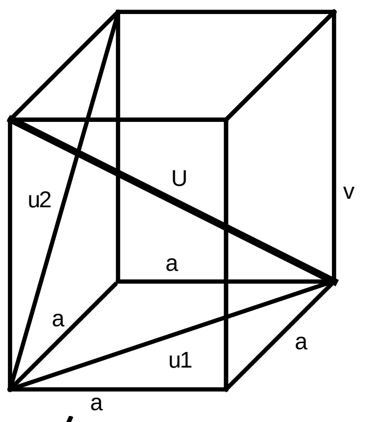
čtverec
obdélník
trojúhelník pravoúhlý,
rovnostranný

kvádr
(3 údaje)



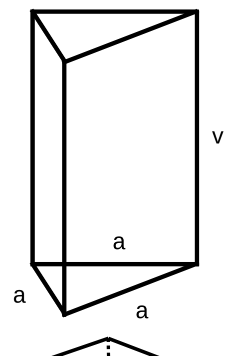
obdélník,
úhlopříčka v obdélníku
trojúhelník pravoúhlý,
Pythagorova věta

pravidelný čtyřboký hranol
(2 údaje)



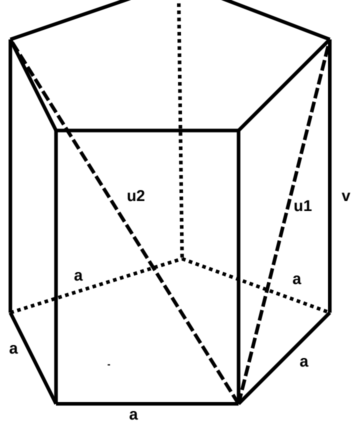
čtverec
obdélník
úhlopříčka čtverce,
obdélníku
trojúhelník pravoúhlý,
Pythagorova věta

pravidelný trojboký hranol
(2 údaje)



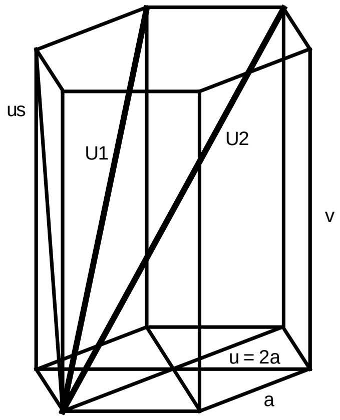
trojúhelník rovnostranný,
rovnoramenný
obdélník
úhlopříčka obdélníku

pravidelný pětiboký hranol
(2 údaje)



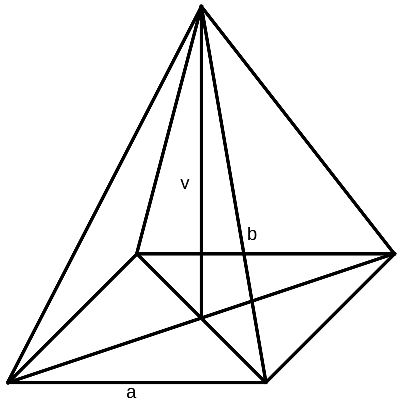
pravidelný pětiúhelník
trojúhelník rovnoramenný
pravoúhlý – goniometrické
funkce
obdélníky

pravidelný šestiboký hranol
(2 údaje)



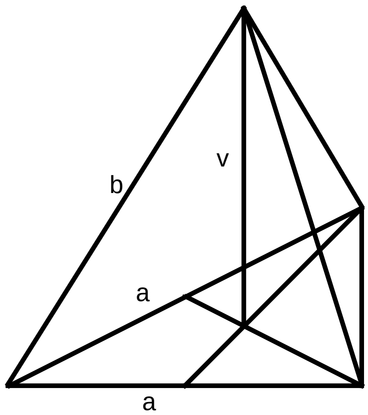
pravidelný šestiúhelník
trojúhelník rovnostranný
pravoúhlý
obdélníky

pravidelný čtyřboký jehlan
(2 údaje)



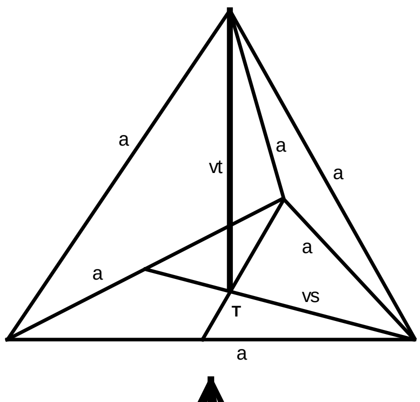
čtverec
trojúhelník rovnoramenný
pravoúhlý – goniometrické funkce (odchylky)

pravidelný trojboký jehlan
(2 údaje)



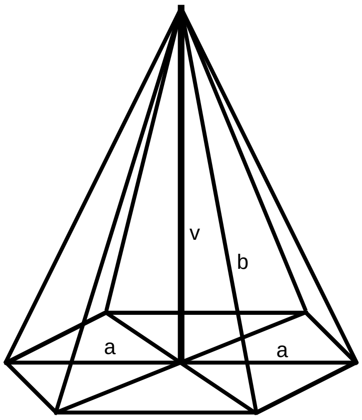
trojúhelník rovnostranný, rovnoramenný, pravoúhlý

pravidelný čtyřstěn
(1 údaj)



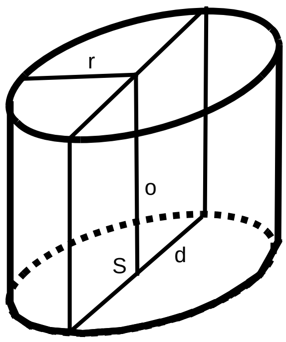
rovnostranný trojúhelník
obsah a výška
těžiště

pravidelný šestiboký jehlan
(2 údaje)



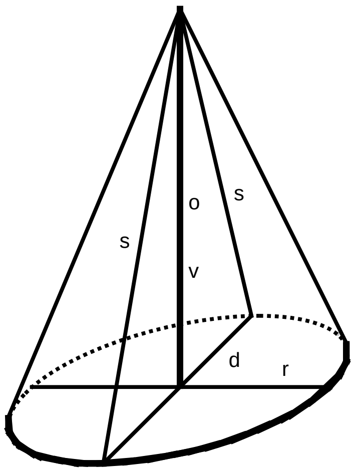
trojúhelník rovnostranný
(obsah a výška)
rovnoramenný, pravoúhlý

rotační válec
(2 údaje)



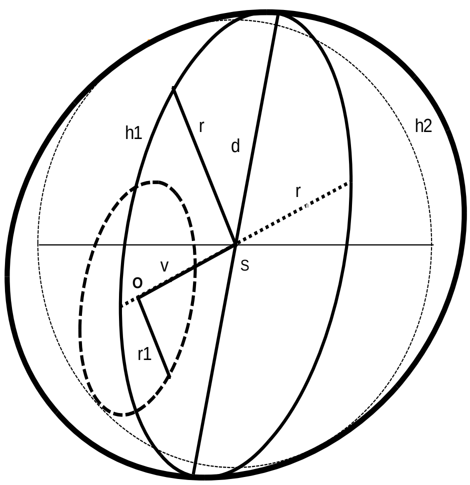
kružnice, kruh
obdélník

rotační kužel
(2 údaje)

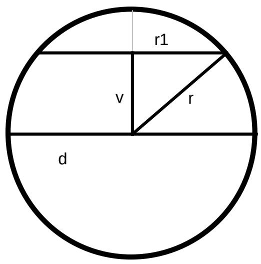


kružnice, kruh, kruhová výseč
trojúhelník rovnoramenný, pravoúhlý

koule
(1 údaj)



řez koulí



kružnice, kruh,
pravoúhlý trojúhelník

Přehled vzorců

„hranatá“

<table>
<tr><td>čtverec</td><td>$u = a . \sqrt{2}$
$r = a . \sqrt{2} / 2$ $\rho = a / 2$
$S = a^2 = u^2 / 2$</td><td>krychle</td><td>$S = 6 a^2$ $V = a^3$
$U = a . \sqrt{3}$
čtverec (obdélník, pravoúh. a rs. tr.)</td></tr>
<tr><td>obdélník</td><td>$u = \sqrt{a^2 + b^2}$
$S = ab = {}^1/_2\, u^2 . \sin \varphi$</td><td rowspan="2">kvádr</td><td rowspan="2">$S = 2 (ab + bc + ac)$
$V = abc$
$U = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
obdélník (pravoúhlý trojúh.)</td></tr>
<tr><td>pravoúhlý tr.</td><td>$v_c^2 = c_a . c_b$
$b^2 = c . c_b$ $a^2 = c . c_a$
$c^2 = a^2 + b^2$
$\sin\alpha = {}^a/_c$ $\sin \beta = \cos\alpha = {}^b/_c$
$\mathrm{tg}\alpha = {}^a/_b$
$S = \frac{a . b}{2}$</td></tr>
<tr><td>rs. tr.</td><td>$v = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$ $S = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$
$r = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}$ $\rho = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{6}$</td><td rowspan="3">hranol</td><td rowspan="3">$V = S_p . v$
$S = 2S_p + S_{pl}$
podstava:
trojúhelník obecný, rr, rs, pravoúhlý
čtverec, obdélník, rovnoběžník, kosočtverec, lichoběžníky
prav. n-úhelník
boční stěny:
obdélník, čtverec</td></tr>
<tr><td>obecný tr.</td><td>$S = \frac{z \cdot v}{2} = s \cdot \rho = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$
$s = {}^1/_2 . (a + b + c)$
$S = {}^1/_2\, a\, b \sin \gamma = {}^1/_2\, a\, c \sin \beta$
$= {}^1/_2\, b\, c \sin \alpha$</td></tr>
<tr><td>rovnoběžník</td><td>$S = z . v$ $S = ad . \sin \alpha$
$S = {}^1/_2\, ef . \sin \varphi$</td></tr>
<tr><td>kosočtverec</td><td>$a = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$
$S = a . v = 2a . \rho = \frac{e.f}{2}$</td><td rowspan="4">jehlan</td><td rowspan="4">$V = \frac{Sp . v}{3}$
$S = S_p + S_{pl}$
podstava:
trojúhelník obecný, rr, rs, pravoúhlý
čtverec, obdélník, rovnoběžník, kosočtverec, lichoběžníky
prav. n-úhelník
boční stěny:
trojúhelník většinou rr (rs, obecný, pravoúhlý)</td></tr>
<tr><td>lichoběžník ob.</td><td>$S = \frac{a+c}{2} . v = s . v$ $s = \frac{a+c}{2}$</td></tr>
<tr><td>lichoběžník rr.</td><td>$S = \frac{a+c}{2} . v$
$b = d = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2}$</td></tr>
<tr><td>prav. n-úhelník</td><td>n rr. trojúhelníků, $\varphi = \frac{360°}{n}$</td></tr>
</table>

„kulatá“

kružnice, kruh	**o = 2πr** **S = πr^2**	válec	V = S$_p$. v **V = πr^2.v** S = 2S$_p$ + S$_{pl}$ **S = 2πr.(r+v)** **podstava:** kruh (kr. výseč, úseč) **plášť :** obdélník (kruhový oblouk)
části kružnice, kruhu	l = $\frac{2\pi r}{360}.\varphi$ S$_v$ = $\frac{\pi r^2}{360}.\varphi$ S$_ú$ = S$_v$ – S$_t$ = $\frac{\pi r^2}{360}.\varphi - \frac{r^2}{2}.sin\varphi$	kužel	V = $\frac{Sp.v}{3}$ V = $\frac{\pi r^2.v}{3}$ S = S$_p$ + S$_{pl}$ S = πr^2 + πrs = **πr.(r+s)** **podstava:** kruh **plášť :** kruhová výseč pravoúhlý trojúh.
pravoúhlý tr.	v_c^2 = c_a . c_b $a^2 = c . c_a$ $b^2 = c . c_b$ **c^2 = $a^2 + b^2$** **sinα = $^a/_c$** sin β = **cosα = $^b/_c$** **tgα = $^a/_b$** **S = $\frac{a.b}{2}$**		
kružnice, kruh	**o = 2πr** **S = πr^2**	koule	V = $\frac{4}{3}\pi r^3$ S = 4**πr^2**
části kružnice, kruhu	l = $\frac{2\pi r}{360}.\varphi$ S$_v$ = $\frac{\pi r^2}{360}.\varphi$ S$_ú$ = S$_v$ – S$_t$ = $\frac{\pi r^2}{360}.\varphi - \frac{r^2}{2}.sin\varphi$	kulová plocha	S = 4**πr^2**
pravoúhlý tr.	**c^2 = $a^2 + b^2$** **sinα = $^a/_c$** sin β = **cosα = $^b/_c$** **tgα = $^a/_b$** **S = $\frac{a.b}{2}$**		
		dutá koule	**V = $\frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3)$**

Příklady

1)	Zmenšíme-li hrany krychle o **30 %**, má krychle povrch **1 176 cm²** . Vypočítejte původní délku hrany krychle a její objem.,	20 cm, 8 000 cm^3
2)	Kolik čtverečních metrů plechu spotřebuje klempíř na výrobu expanzní nádoby ústředního vytápění tvaru krychle nahoře otevřené s hranou délky **75 cm**?	2,812 5 m^2
3)	Podstava kvádru má tvar obdélníku s délkou **2,6 m** a šířkou **2,2 m**. Výška kvádru je jednou osminou obvodu podstavy. Vypočítejte objem kvádru a povrch kvádru.	6,864 m^3, 22,96 m^2
4)	Nákladní auto o nosnosti **5t** má ložnou plochu o rozměrech **3,9m** a **2,1m**. Do jaké výšky bychom ho mohli naložit mokrým pískem, aby nebyla překročena nosnost, má-li **1m³** písku hmotnost **2000kg**?	0,3m
5)	Vypočítejte objem a povrch pravidelného a) čtyřbokého b) trojbokého hranolu, je-li dáno: **Sp = 16cm²** , **v = 10c**m.	a) 160 cm^3 , 192cm^2 b) 160 cm^3, 214,36cm^2
6)	Vypočítejte hmotnost broušeného skleněného hranolu o výšce **1 dm**, jehož podstava je pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník s odvěsnami délky **3 cm**. Hustota skla je **2500 kg .m⁻³**	112,5 g
7)	Hranol s kosočtvercovou podstavou má jednu úhlopříčku podstavy **20cm** a podstavnou hranu **26cm**. Podst. hrana je s výškou hranolu v poměru **2 : 3**. Vypočítejte objem hranolu.	18720 cm^3
8)	Povrch vody v bazénu tvoří obdélník o délce **50 m** a šířce **12m**. Hloubka vody stoupá rovnoměrně od **1m** na jednom konci bazénu do **3m** na druhém konci bazénu (delší strany). Určete množství vody v bazénu v hektolitrech.	12 000hl
9)	Vypočtěte objem pravidelného trojbokého jehlanu ABCV, je-li dáno : **Sp =** $\sqrt{3}$ **dm²** , $\|AV\| = \frac{5\sqrt{3}}{6}$ **dm** (nebo $\frac{3\sqrt{3}}{6}$ **dm**). Vyjádřete i v jiných jednotkách.	0,69 l nebo $^1/_6$ l
10)	Střecha na věži má tvar pravidelného šestibokého jehlanu. Jeho podstavná hrana měří **1,5** metru a boční hrana má od roviny podstavy odchylku **73°18´**. Kolik m^2 plechu je třeba na její pokrytí, počítáme-li na odpad s **8 %** navíc?	b = 5,22 m 25,12 m^2
11)	Plášť rotačního válce, rozvinutý do roviny, je čtverec o obsahu **S = 0,81 m²** . Určete poloměr r a výšku v.	r = 0,14 m; v = 0,9 m
12)	Silniční válec má průměr podstavy **1,2 metru** a délku **2m**. Při jízdě jedním směrem se otočí **100** krát. a) Jak dlouhou cestu tímto pohybem válec uválcuje ? b) jak velkou plochu cesty tímto pohybem uválcuje ?	a) 376,8 m; b) 753,6 m
13)	Vypočtěte stranu rotačního kužele, je-li objem kužele **11,76 π cm³** a poloměr podstavy **2,8 cm**	5,3 cm
14)	Nákladní auto uveze **5 m³** písku. Vejde se na jeho korbu písek, který je složen na hromadě tvaru kužele o průměru podstavy **4** metry a výšce **1** metr?	ano, protože písku je 4,2 m^3
15)	Vypočtěte objem a povrch koule, je-li: povrch koule v cm^2 číselně roven objemu koule v cm^3 .	113,097 cm^2 , 113,097 cm^3
16)	Kolik stojí pochromování nádoby tvaru polokoule **o průměru 30 cm** zevně i zevnitř, stojí-li **1 cm² 4,50 Kč?** a) tloušťku stěny zanedbejte, b) počítejte přesně – tloušťka stěny je **2 mm**.	a) 2827,43 cm^2 12723,45 Kč b) 2808,71 – 12639 Kč
17)	Jak dlouhý vývalek čtvercového průřezu se stranou **180mm** bude potřeba k vykování desky **250mm** široké, **100mm** tlusté a **800mm** dlouhé, počítáme-li s **3%** odpadem?	635,8mm
18)	Ze dvou koulí o poloměrech **r_1 = 1 cm, r_2 = 5 cm** je ulita jedna koule. Určete její poloměr a povrch.	přibližně 5 cm, S = 316 cm^2
19)	Do koule o poloměru **r = 14 cm** je vepsán kvádr, jehož rozměry jsou v poměru **1:2:3**. Vypočítejte, jakou částí objemu koule je objem kvádru.	21,88%
20)	V rotačním válci je dutina tvaru kužele, přičemž podstavy obou těles jsou společné a výšky též. Vypočtěte objem tohoto tělesa, jestliže válec i kužel mají stejné obsahy plášťů a poloměr podstavy válce je **3 cm**.	v = $\sqrt{3}$, V = 32,648 cm^3