

IV. POMĚR. PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Ú l o h y

148 Jsou dány poměry $3 : 5$; $6 : 11$; $12 : 20$; $1,5 : 2,5$; $9 : 16$;

$$\frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}; 6 : 10; 3 : 5,5.$$

Vypište poměry, které se sobě rovnají.

(vzor: $3 : 5 = 6 : 10$)

149 Jsou dány poměry $5 : 8$; $7 : 2$; $2,5 : 5$; $\frac{5}{2} : 4$; $3,5 : 1$.

Vypište poměry, které se sobě rovnají.

150 Uveďte libovolnou dvojici a) desetinných čísel,

b) záporných celých čísel,

c) zlomků

tak, aby byla v poměru $4 : 7$.

[např. a) $0,4 : 0,7$]

151 Vypište zápisy nepravdivých rovností $7 : 2 = 14 : 5$;

$$5 : 8 = 2,5 : 4; \frac{3}{7} : \frac{5}{7} = 3 : 5; 0,3 : 4 = 0,6 : 2^2;$$

$$11 : 4 = 33 : 11.$$

152 Určete dvě libovolná trojčíselná čísla, aby byla v poměru $3 : 5$.

[např. 132; 220]

153 Určete dvě dvojčíselná čísla tak, aby byla v poměru $7 : 3$ a jejich rozdíl byl 20.

[Např. 35; 15]

154 Plná cihla má hmotnost 4,5 kg, děrovaná cihla má hmotnost $2\frac{1}{2}$ kg. V jakém poměru jsou hmotnosti cihel? Tento poměr

vyjádřete co nejmenšími přirozenými čísly.

[9 : 5]

155 Pionýři se zavázali vysázet 240 okrasných keřů. Svůj závazek však překročili o 48 keřů. Vyjádřete co nejmenšími přirozenými čísly poměr skutečně vysázených keřů k závazku.

[6 : 5]

156 Hodinová mzda pracovníka N. byla 9,90 Kčs. Pro obtížnost práce mu byla hodinová mzda zvýšena o 2,20 Kčs. Vyjádřete co nejmenšími přirozenými čísly, v jakém poměru byla zvýšena hodinová mzda.

[11 : 9]

P Ř Í K L A D 17

Podložka tvaru obdélníku má rozměry 140 mm a 90 mm. Jaké rozměry bude mít tato podložka na výkresu zhotoveném v měřítku $2 : 5$?

Řešení

Měřítka $2 : 5$ vyjadřuje zmenšení. Rozměry pro výkres získáme tak, že dané rozměry násobíme zlomkem $\frac{2}{5}$.

$$140 \text{ mm} \cdot \frac{2}{5} = \frac{280}{5} \text{ mm} = 56 \text{ mm} \quad 90 \text{ mm} \cdot \frac{2}{5} = \frac{180}{5} \text{ mm} = 36 \text{ mm}$$

Odpověď

Rozměry podložky na výkresu budou 56 mm a 36 mm.

Ú l o h y

157 Odlitek tvaru kvádra má rozměry $a = 450 \text{ mm}$, $b = 375 \text{ mm}$ a $c = 95,5 \text{ mm}$. Jaké rozměry bude mít na výkresu, zhotoveném v měřítku $2 : 5$?

[180 mm; 150 mm; 38,2 mm]

- 158 Rozměry negativu jsou 36 mm a 24 mm. Jaké budou rozměry fotografie při zvětšení 11 : 4?

[99 mm; 66 mm]

- 159 Rodina N. měla za dva měsíce spotřebu elektrické energie v denní sazbě 624 kW h a v noční sazbě 3 018 kW h. Kolik kW h elektrické energie spotřebuje rodina N. nyní za dva měsíce v denní sazbě a kolik kW h v noční sazbě, když se rozhodla snížit spotřebu v poměru 5 : 6?

[denní 520 kW h; 2 515 kW h]

PŘÍKLAD 18

Na plánu zhotoveném v měřítku 1 : 1 500 je přímá cesta znázorněna úsečkou délky 4,8 cm. Jaká je skutečná délka této cesty?

Řešení

Skutečná vzdálenost ke vzdálenosti na mapě je v převráceném poměru 1 500 : 1 = $\frac{1\,500}{1}$.

$$4,8 \text{ cm} \cdot \frac{1\,500}{1} = 4,8 \text{ cm} \cdot 1\,500 = 7\,200 \text{ cm} = 72 \text{ m}$$

Odpověď

Skutečná délka přímé cesty je 72 m.

Úlohy

- 160 Na plánu obce zhotoveném v měřítku 1 : 1 000 má parcela tvaru lichoběžníku délky základů 36 mm a 74 mm a výšku 23 mm. Vypočítejte výměru této parcely ve skutečnosti.

[1 265 m²]

- 161 Na mapě s měřítkem 1 : 75 000 je vzdušná vzdálenost míst A, B vyznačena úsečkou délky 8,4 cm. Kolik kilometrů měří skutečná vzdušná vzdálenost míst A, B?

[6,3 km]

- 162 Jakou délkou na plánu zhotoveném v měřítku 1 : 2 500 bude zobrazena skutečná délka 0,8 km?

[32 cm]

- 163 Plán má měřítko 1 : 2 500. Určete v centimetrech rozměry, které bude mít na tomto plánu pole o délce 310 m a šířce 182,5 m.

[12,4 cm; 7,3 cm]

- 164 Osm centimetrů na mapě představuje 2 kilometry ve skutečnosti. Určete měřítko této mapy.

[1 : 25 000]

PŘÍKLAD 19

Výkon menšího čerpadla k výkonu většího čerpadla byl v poměru 3 : 8. Jaké množství kapaliny se přečerpalo větším čerpadlem, když za stejnou dobu se menším čerpadlem přečerpalo 324 hl kapaliny?

Řešení

Množství kapaliny přečerpané větším čerpadlem k množství kapaliny přečerpané menším čerpadlem je v převráceném poměru výkonů čerpadel.

K poměru 3 : 8 je převrácený poměr 8 : 3.

Množství přečerpané kapaliny větším čerpadlem tedy vypočteme

takto:

$$324 \text{ hl} \cdot \frac{8}{3} = 108 \text{ hl} \cdot 8 = 864 \text{ hl}$$

Odpověď

Větším čerpadlem se za stejnou dobu přečerpalo 864 hl kapaliny.

Ú l o h y

165 Výkony dvou čerpadel jsou v poměru 1,2 : 1,8. Prvním čerpadlem se za 3 hodiny přečerpá 540 hl kapaliny. Kolik hektolitrů kapaliny se přečerpá oběma čerpadly za 5 hodin?

[2 250 hl]

166 Výkony dvou strojů jsou v poměru 7 : 12. Stroj s menším výkonem vyrobí za směnu 406 kusů výrobků.

a) Kolik kusů vyrobí za směnu druhý stroj?

b) Kolik kusů vyrobí oba stroje dohromady za 5 směn?

[a) 696 kusů; b) 5 510 kusů]

167 Stroj vyrobil za 1 hodinu 128 součástek. Po seřízení za 1 hodinu vyrobil 144 součástek.

Určete: a) v jakém poměru byla zvýšena výkonnost stroje,

b) o kolik procent se zvýšila výkonnost stroje.

[a) 9 : 8; b) 12,5 %]

P Ř Í K L A D 20

Počet odpracovaných hodin dvou dělníků při stejné hodinové mzdě byl v poměru 4 : 5. Vypočtete, kolik každý z nich dostal po 15% sražce, jestliže hrubá mzda pro oba dohromady činila 5 400 Kčs.

Řešení

15% sražku měli oba dělníci, proto ji můžeme vypočítat z celkové hrubé mzdy.

$$15 \% \text{ z } 5\,400 \text{ Kčs je } 0,15 \cdot 5\,400 \text{ Kčs} = 810 \text{ Kčs}$$

$$\begin{aligned} \text{Čistá mzda pro oba dělníky tedy byla } 5\,400 \text{ Kčs} - 810 \text{ Kčs} = \\ = 4\,590 \text{ Kčs.} \end{aligned}$$

Máme-li čistou mzdu rozdělit v poměru 4 : 5, musíme nejprve rozdělit částku 4 590 Kčs na (4 + 5) stejných dílů, tj. 9 stejných dílů, a částku příslušnou 1 dílu násobit 4, respektive 5.

$$1 \text{ díl je } 4\,590 \text{ Kčs} : 9 = 510 \text{ Kčs}$$

$$1. \text{ dělník dostal 4 díly, tj. } 4 \cdot 510 \text{ Kčs} = 2\,040 \text{ Kčs}$$

$$2. \text{ dělník dostal 5 dílů, tj. } 5 \cdot 510 \text{ Kčs} = 2\,550 \text{ Kčs}$$

Zkouška

Oba dělníci dostali celkem 2 040 Kčs + 2 550 Kčs = 4 590 Kčs, což má být 85 % hrubé mzdy.

$$100 \% \text{ je } \frac{4\,590 \text{ Kčs}}{85} \cdot 100 = 54 \text{ Kčs} \cdot 100 = 5\,400 \text{ Kčs}$$

Částky jsou v poměru 2 040 : 2 550 (po krácení 510)

4 : 5, což odpovídá podmínkám úlohy.

Odpověď

První dělník dostal 2 040 Kčs, druhý dělník 2 550 Kčs.

Ú l o h y

168 Počet zaměstnanců dvou pobočných závodů je v poměru 7 : 9.

Během roku miní oba závody zvýšit počet svých zaměstnanců o 8 % a pak by měly oba závody dohromady 864 zaměstnanců.

Kolik zaměstnanců má nyní každý pobočný závod?

[350 zaměstnanců; 450 zaměstnanců]

- 169 Tyč dlouhá 3,6 m se má rozdělit na dvě části tak, aby byly v poměru 3 : 5. Určete délky jednotlivých částí.
[1,35 m; 2,25 m]
- 170 Rozměry zahrady tvaru obdélníku jsou v poměru 11 : 4. Vypočtete výměru (obsah) zahrady, jestliže její obvod měří 225 m, a vyjádřete ji v hektarech.
[0,247 5 ha $\approx$ 0,25 ha]
- 171 Obvod obdélníku je 56 m. Určete délky jeho stran, víte-li, že jsou v poměru 7 : 3.
[19,6 m; 8,4 m]
- 172 Na společné práci odpracoval dělník A celkem 36 hodin a dělník B celkem 40 hodin. O mzdu 1 140 Kčs se mají rozdělit v poměru odpracovaných hodin. Kolik Kčs dostal každý?
[540 Kčs; 600 Kčs]
- 173 Rychlosti dvou motorových vozidel jsou v poměru 7 : 4. Kolik kilometrů ujelo za stejnou dobu pomalejší vozidlo, když rychlejší vozidlo ujelo 52,5 km?
[30 km]
- 174 Rodina M. měla roční spotřebu cukru 68,4 kg a rozhodla se v následujícím roce ji změnit v poměru 8 : 9. Kolik kg cukru může rodina M. spotřebovat v následujícím roce?
[60,8 kg]
- 175 Počet otáček ozubených kol je v převráceném poměru k počtu zubů těchto kol. Menší kolo má 150 otáček/min a 28 zubů. Větší kolo má 120 otáček/min. Kolik zubů má větší kolo?
[35 zubů]

- 176 Na plánu v měřítku 1 : 500 je vyznačen ozdobný záhon kruhem o poloměru $r = 16$ mm. Určete skutečnou výměru tohoto záhonu ve čtverečných metrech.
[200,96 m² $\approx$ 201 m²]
- 177 Na automapě v měřítku 1 : 400 000 je vzdušná vzdálenost Hradce Králové od Jičína 10,5 cm. Určete skutečnou vzdušnou vzdálenost těchto měst.
[42 km]
- 178 Na plánu v měřítku 1 : 10 000 mají obrazy dvou míst vzdálenost 8,5 cm. Jakou vzdálenost budou mít jejich obrazy na mapě v měřítku 1 : 25 000?
[3,4 cm]
- 179 Délky stran dvou čtverců jsou v poměru 3 : 5. V jakém poměru jsou délky jejich úhlopříček a v jakém poměru jsou jejich obsahy? Větší čtverec má stranu 20 cm.
[3 : 5; 9 : 25]
- 180 Délky odpovídajících si stran dvou pravoúhlých trojúhelníků jsou v poměru 2 : 5. V jakém poměru jsou těžnice příslušné k přeponám těchto pravoúhlých trojúhelníků a v jakém poměru jsou obsahy těchto trojúhelníků?
Menší pravoúhlý trojúhelník má odvěsny 6 cm a 8 cm.
[2 : 5; 4 : 25]
- 181 3,5 cm na mapě představuje 7 km ve skutečnosti. Určete měřítko této mapy.
[1 : 200 000]
- 182 1 200 kg mouky má se rozdělit na dvě části tak, aby byly v poměru 3,5 : 2,5. Určete hmotnosti obou částí.
[700 kg; 500 kg]

183 Kájovi je 12 roků a jeho bratru Petrovi je 15 roků. Na vánoce dostali od strýce 900 Kčs s tím, že se mají rozdělit v poměru jejich stáří. Určete, kolik korun každý dostal.

[400 Kčs; 500 Kčs]

184 Obsah jednoho čtverce je 64 cm^2 , obsah druhého 144 cm^2 .

Určete: a) poměr jejich stran,

b) poměr jejich obvodů.

[2 : 3 ; 2 : 3]

185 Na přípravu švestkových knedlíků z bramborového těsta pro 4 osoby je třeba 560 g brambor, 2 vejce, 200 g mouky, 48 g másla, 16 g cukru, 24 g tvarohu a $\frac{2}{5}$ kg švestek.

Vypočtete spotřebu surovin na přípravu knedlíků pro 15 osob.

[2,1 kg brambor, (7,5 ± 8) vajec, 750 g mouky, 180 g másla, 60 g cukru, 90 g tvarohu, 2,25 kg švestek]

186 První kosmická rychlost je $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, rychlost světla je $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Určete poměr první kosmické rychlosti k rychlosti světla a vyjádřete ho nejmenšími přirozenými čísly.

[1 : 37 500]

187 JZD pěstovalo letos ječmen na ploše 184,4 ha a rozhodlo se v příštím roce zvýšit osevní plochu ječmene v poměru 5 : 4. Na kolika hektarech bude JZD pěstovat ječmen v příštím roce?

[230,5 ha]

188 Jaká je skutečná výměra ovocného sadu, který je na plánu v měřítku 1 : 500 zobrazen geometrickým obrazcem o obsahu 34 cm^2 ? Skutečnou výměru vyjádřete v hektarech.

[850 m² = 0,085 ha]

189 Jaká je skutečná výměra zahrady, když na plánu v měřítku 1 : 500 má její obraz obsah 12 cm^2 ?

[300 m²]

190 Obvod obdélníku je 48 m. Vypočtete jeho rozměry, jsou-li v poměru 5 : 3.

[15 m; 9 m]

191 Na turistické mapě zhotovené v měřítku 1 : 100 000 je vzdálenost dvou míst po přímé silnici 6,5 cm. Za jak dlouho ujedeme tuto vzdálenost na kole, jedeme-li průměrnou rychlostí $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$? Vyjádřete v minutách.

[19,5 min]

192 Počet žáků, kteří do školy dojíždějí, k počtu žáků, kteří docházejí pěšky, je dán poměrem 2 : 7.

a) Kolikrát více žáků dochází do školy, než dojíždí?

b) Kolik žáků dochází do školy pěšky, když dojíždějících žáků je 96?

c) Kolik žáků má tato škola?

[3,5krát více; 336 žáků; 432 žáků]

193 Určete všechny dvojice dvojciferných přirozených čísel, jejichž složky jsou v poměru 3 : 13.

[(12; 52), (15; 65), (18; 78), (21; 91)]

194 Vodní pilíř je zčásti zapuštěn do země, část je pod vodou a nad vodou vyčnívá 55 cm. Délka části nad vodou k délce části ve vodě je v poměru 1 : 2. Délka části nad vodou k délce části zapuštěné v zemi je v poměru 5 : 7. Určete délku pilíře.

[2,42 m]

- 195 Je-li válcová nádoba naplněna olejem do poloviny své výšky, je hmotnost nádoby k hmotnosti oleje v poměru 2 : 15. Hmotnost zcela naplněné nádoby je 64 kg. Určete hmotnost nádoby.
[4 kg]
- 196 Počáteční stanice lanové dráhy na Lomnický štít má nadmořskou výšku 939 m a konečná stanice 2 634 m. Na mapě v měřítku 1 : 75 000 je lanová dráha znázorněna úsečkou délky 78 mm. Vypočtete skutečnou vzdušnou vzdálenost stanic lanové dráhy.
[$\pm$ 6 090 m]
- 197 Hmotnost zboží byla 4 kg a obalu 320 g. Vyjádřete poměrem hmotnost obalu k hmotnosti zboží. Poměr vyjádřete co nejmenšími přirozenými čísly.
[2 : 25]
- 198 Dva dělníci pracovali na společném úkolu. První odpracoval 105 hodin, druhý 90 hodin. O společnou mzdu se rozdělili v poměru odpracovaných hodin. Vyjádřete tento poměr co nejmenšími přirozenými čísly.
[7 : 6]
- 199 Utvořte z čísel 7 a 23 poměry navzájem převrácené.
[7 : 23; 23 : 7]
- 200 Poměr 1 890 : 2 520 vyjádřete co nejmenšími přirozenými čísly.
[3 : 4]
- 201 Řidič podle tachometru zjistil, že z Prahy do Brna je po dálnici 210 km a z Prahy do Bratislavy 315 km. Obě vzdále-

- nosti porovnejte poměrem a poměr vyjádřete co nejmenšími přirozenými čísly.
[2 : 3]
- 202 Z 1,2 kg syrového masa bylo 960 g pečeného masa. Určete poměr hmotnosti pečeného a syrového masa a vyjádřete ho co nejmenšími přirozenými čísly.
[4 : 5]
- 203 Původní obrázek měl délku 28 cm a šířku 21 cm. Pro otištění v učebnici byl zmenšen v poměru 2 : 7. Jaké rozměry bude mít obrázek v učebnici?
[8 cm; 6 cm]
- 204 Z následujících příkladů vyberte ty, v nichž jde o přímou úměrnost:
- a) doba jízdy autem a počet ujetých kilometrů při stále stejné rychlosti,
 - b) velikost poloměru a délka kružnice,
 - c) délka strany čtverce a velikost jeho obsahu,
 - d) množství zboží a jeho cena při stálé ceně za jeden kilogram,
 - e) počet traktorů a doba potřebná k provedení orby určitého pozemku,
 - f) výška člověka a jeho stáří.
- [a), b), d)]
- 205 Z následujících příkladů vyberte ty, v nichž jde o nepřímou úměrnost:
- a) průměrná rychlost chůze chodce a doba potřebná k ujití cesty z místa A do místa B,
 - b) délka strany čtverce a velikost obvodu,

- c) doba potřebná k usušení 4 kapesníků a doba potřebná k usušení 20 kapesníků,
 d) doba potřebná k naplnění nádrže čerpadlem o výkonu $20 \frac{\text{l}}{\text{s}}$ a doba potřebná k naplnění téže nádrže čerpadlem o výkonu $30 \frac{\text{l}}{\text{s}}$,
 e) hmotnost jednoho pomeranče a počet pomerančů na 1 kg,
 f) tržba za zmrzlinu a počet prodaných zmrzlin při ceně 2 Kčs za porci.

[a), d), e)]

206 Rozhodněte, jsou-li proměnné ve vztahu přímé nebo nepřímé úměrnosti:

1. proměnná	2. proměnná	nemění se
a) doba letu	rychlost	vzdálenost
b) délka obdélníku	šířka obdélníku	obsah obdélníku
c) počet kusů	utržená částka	cena za 1 kus
d) výměra pole	množství sklize- ného obilí	výnos $8 \frac{\text{t}}{\text{ha}}$
e) počet výherců	výherní částka	5 000 Kčs souhrn všech výher
f) počet strojů	počet vyrobených kusů	počet vyrobených kusů 1 strojem

[př. úměr. c), d), f); nepř. úm. a), b),

207 Je dána rovnice přímé úměrnosti $y = -2x$.

Sestavte tabulku pro $x \in \{-8; -2; -1; 0; 3; 4,5\}$ a sestrojte graf.

[např. pro $x = -2$, $y = 4$]

208 Zjistěte, je-li některou z uvedených tabulek určena přímá úměrnost. Jestliže ano, запиšte její rovnici.

a)

x	-1	$-\frac{1}{2}$	2	3	5
y	3	1	-6	8	15

b)

x	-2	-0,2	3	5	10
y	-0,4	-0,04	0,6	1	2

[b); $y = 0,2x$]

09 Daná přímá úměrnost obsahuje uspořádanou dvojici $[1; 3]$.

a) Určete koeficient této přímé úměrnosti a запиšte její rovnici.

b) Sestavte tabulku této přímé úměrnosti pro hodnoty proměnné

$x \in \{-3, -\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{4}, 2\}$ a pro hodnoty proměnné $y \in \{-12, -3, \frac{1}{2}\}$

[a) $3; y = 3x$]

10 Grafem přímé úměrnosti je úsečka, jejíž krajní body jsou $M[8; 3]$ a $N[12; ?]$.

a) Určete druhou souřadnici bodu N.

b) Sestrojte graf této přímé úměrnosti.

c) Určete obor této přímé úměrnosti.

d) Určete koeficient této přímé úměrnosti.

e) Napište rovnici této přímé úměrnosti.

[a) 4,5; c) $8 \leq x \leq 12$; d) $\frac{3}{8} = 0,375$; e) $y = 0,375x$]

11 Zjistěte, je-li některou z uvedených tabulek určena nepřímá úměrnost. Jestliže ano, запиšte její rovnici.

a)

x	1	4	5	-6
y	12	3	2,4	-3

b)

x	-6	-4	1	6	9
y	-6	-9	36	6	4

[b); $y = \frac{36}{x}$]

12 Zjistěte, které z uspořádaných dvojic $[2; 6]$, $[0; 0]$, $[5; 10]$, $[10; 5]$, $[3; -3]$, $[5; 15]$, $[15; 5]$ patří přímé úměrnosti dané některou z rovnic:

a) $y = \frac{1}{2}x$ b) $y = 3x$ c) $y = -x$