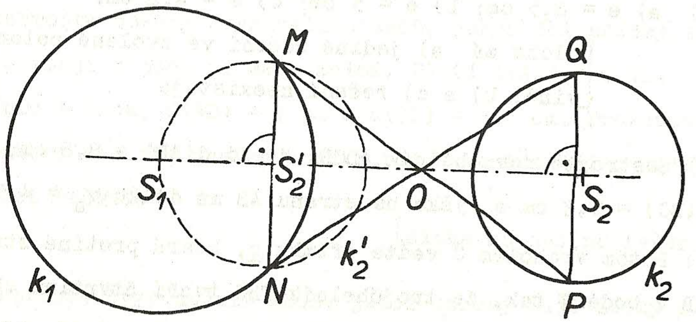
XIII. GEOMETRICKÁ ZOBRAZENÍ

PŘÍKLAD 79

Jsou dány kružnice $k_1(S_1;\ r_1 = 3\ \text{cm})$ a $k_2(S_2;\ r_2 = 2\ \text{cm})$ se střednou S_1S_2 délky 8 cm. Pro bod $O \in S_1S_2$ platí $d(S_1O) = 5\ \text{cm}$, $d(S_2O) = 3\ \text{cm}$. Sestrojte dva rovnoramenné shodné trojúhelníky PQO a MNO takové, že body M, N leží na kružnici k_1 a P, Q na kružnici k_2. Proveďte rozbor, zapište postup konstrukce, proveďte ji a určete počet řešení.

Řešení

Rozbor



Na obrázku je znázorněno předpokládané řešení, tj. dvojice shodných rovnoramenných trojúhelníků MNO a PQO. Protože hlavní vrchol O leží na středné S_1S_2 a vrcholy základen leží na kružnici k_1, popř. k_2, musí být oba trojúhelníky podle přímky S_1S_2 souměrné a jejich základny k ní kolmé; jsou tedy i podle středu O souměrně sdružené. Množinou možných bodů M, N je kružnice k_1. Množinou možných bodů P, Q je kružnice k_2, kterou středovou souměrností se středem O převedeme na množinu možných bodů M, N, tj. v kružnici k_2' (body M a P a dále N a Q jsou souměrně sdružené podle středu O). Hledané body M, N jsou pak prvky průniku kružnic $k_1 \cap k_2'$.

Postup konstrukce

(1) $k_1,\ k_2;\ k_1(S_1;\ r_1 = 3\ \text{cm}),\ k_2(S_2;\ r_2 = 2\ \text{cm}),\ d(S_1S_2) = 8\ \text{cm}$

(2) $O;\ d(S_1O) = 5\ \text{cm},\ d(S_2O) = 3\ \text{cm}$

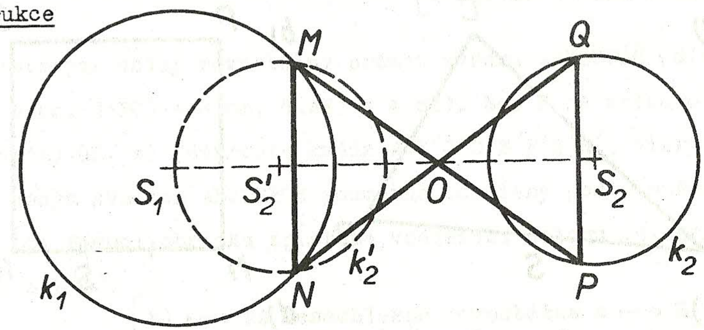
(3) $k_2';\ \mathcal{S}(O): k_2 \longrightarrow k_2'$

(4) $M, N;\ M \in k_1 \cap k_2',\ N \in k_1 \cap k_2'$

(5) $P, Q;\ \mathcal{S}(O): M \longrightarrow P,\ N \longrightarrow Q$

(6) $\triangle MNO,\ \triangle PQO$

Konstrukce



Kružnice k_1 a k_2' mají dva různé společné body M, N, neboť platí $r_1 + r_2 > S_1S_2'$ (je totiž $3\ \text{cm} + 2\ \text{cm} > 2\ \text{cm}$) i $r_1 - r_2$ je menší než S_1S_2' (tj. $3\ \text{cm} - 2\ \text{cm} < 2\ \text{cm}$). Body M, N vedou k jedinému řešení úlohy, které tvoří trojúhelník MNO a k němu podle středu O souměrně sdružený trojúhelník PQO.

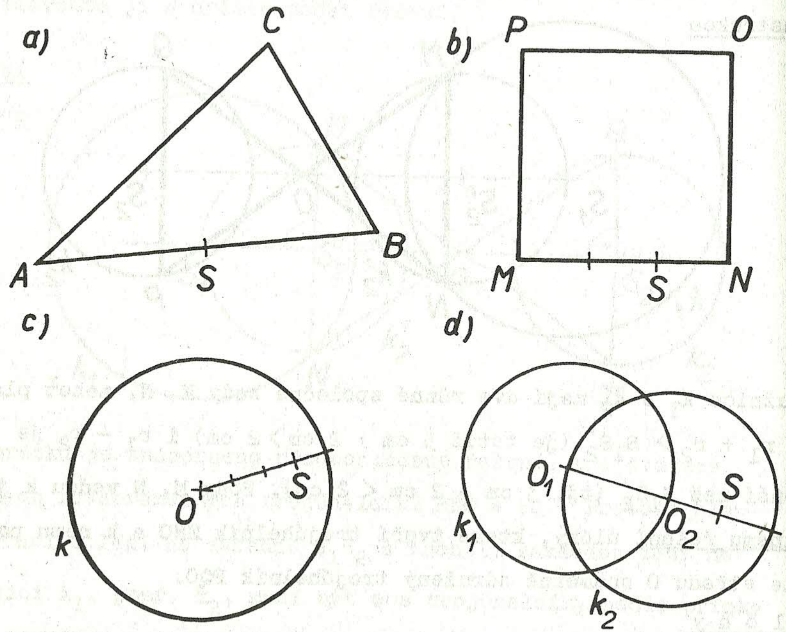
Úlohy

885 Uveďte základní vlastnosti středové souměrnosti: a) Co platí, je-li bod X vzorem a bod X′ jeho obrazem v souměrnosti se středem S? b) Který bod je v tomto zobrazení samodružný? c) Jaká je vzájemná poloha přímky p a jejího obrazu p′? d) Popište vzájemnou polohu polopřímek ohrani-

čujících daný úhel AVB a jeho obraz A´V´B´ ve středové souměrnosti.

[a) d(SX) = d(SX´), body S, X, X´ leží v přímce; b) bod S; c) p∥p´; d) ⟼ V´A´ nesouhlasně rovnoběžná s ⟼ VA, ⟼ V´B´ nesouhlasně rovnoběžná s ⟼ VB]

886 Sestrojte útvar souměrně sdružený podle středu S s útvarem znázorněným na obrázku a), b), c) a d).



887 Sestrojte lichoběžník KLMN (d(KL) = 6 cm, d(KN) = 4 cm, d(MN) = 3 cm, v(∢ NKL) = 90°). a) Určete střed S strany LM a ve středové souměrnosti se středem S sestrojte obraz K´L´M´N´ lichoběžníku KLMN. b) Porovnejte obsah obrazce KN´K´N s obsahem lichoběžníku KLMN.

[a) konstrukce podle vlastností středové souměrnosti; b) obsah lichoběžníku KLMN je roven polovině obsahu obdélníku KN´K´N]

888 Jsou dány dvě různoběžky p, q a bod S uvnitř jednoho jimi vytvořeného úhlu. Bodem S veďte přímku x tak, aby její průsečíky s přímkami p, q určily úsečku se středem S. Proveďte rozbor, zapište konstrukci, proveďte ji a určete počet řešení.

[úloha má jediné řešení]

889 Sestrojte volný rovnoběžný průmět kvádru ABCDEFGH (d(AB) = 3 cm, d(BC) = 2 cm, d(AE) = 4 cm). Bod S je středem úsečky GH. a) Sestrojte kvádr A´B´C´D´E´F´G´H´, který je s daným kvádrem ABCDEFGH souměrně sdružený podle středu S. b) Pomocí obrázku zjistěte vzájemnou polohu polopřímek EA a E´A´.

[b) ⟼ EA nesouhlasně rovnoběžná s ⟼ E´A´]

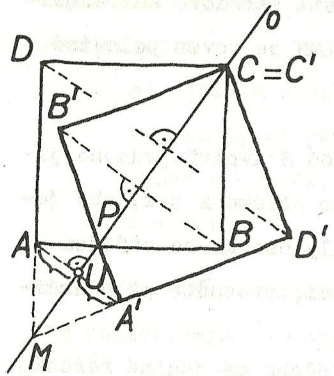
PŘÍKLAD 80

Je dán čtverec ABCD o straně AB délky a = 6 cm. Na straně AB sestrojte bod P tak, že d(AP) = 2 cm. Dále sestrojte přímku PC a označte ji o. Sestrojte obrazec souměrně sdružený ke čtverci ABCD podle osy o. Ke kontrole využijte samodružné body.

Řešení

Rozbor

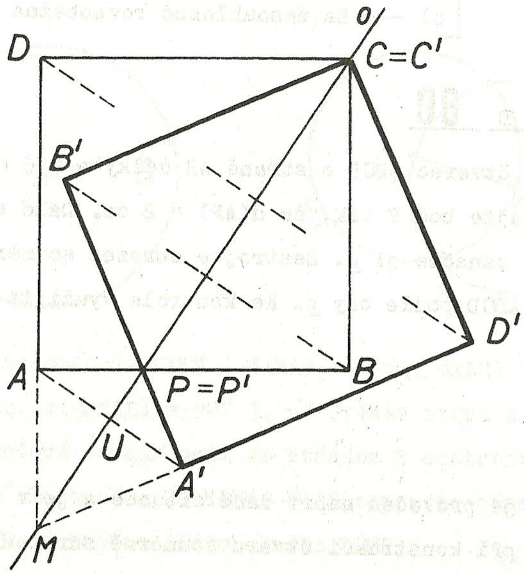
Na obrázku je proveden náčrt dané situace a je v něm i naznačen postup při konstrukci útvaru souměrně sdruženého k danému



čtverci ABCD. Poněvadž osa $\underline{o}$ prochází bodem C, je bod C samodružným bodem (C = C′). Bodem A povedeme kolmici k ose $\underline{o}$ a její patu označíme U. Bod A′ souměrně sdružený s bodem A sestrojíme (v opačné polorovině) na kolmici tak, že UA′ ≅ AU. Obdobně sestrojíme další body souměrně sdružené s vrcholy daného čtverce. Ke kontrole využijeme samodružné body P a M.

(Až zvládnete bezpečné provádění uvedených pomocných konstrukčních kroků, nebude nutné tyto jednotlivé kroky zapisovat. Pak provedete konstrukci hledaného útvaru přímo, jako je na obrázku.)

Konstrukce

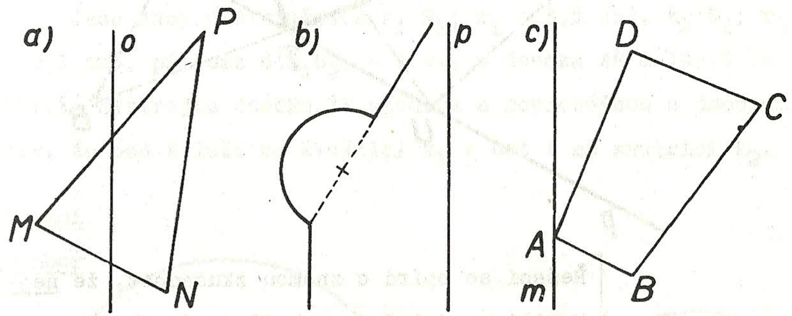


Úlohy

890 Uveďte základní vlastnosti osové souměrnosti: a) Co platí, je-li bod X vzorem a bod X′ jeho obrazem v osové souměrnosti s osou $\underline{o}$? b) Které body jsou samodružné? c) Jakou vzájemnou polohu mají přímka $\underline{p}$ a její obraz p′? d) Jakou vlastnost mají dva podle osy souměrně sdružené úhly AVB a A′V′B′?

[a) $d(XX_0) = d(X'X_0)$, $\longleftrightarrow XX' \perp o$, kde $X_0 \in \longleftrightarrow XX' \cap o$; b) každý bod osy je samodružný; c) buď $p \parallel p'$, nebo $p \cap p'$ je bod osy o; d) oba úhly jsou shodné]

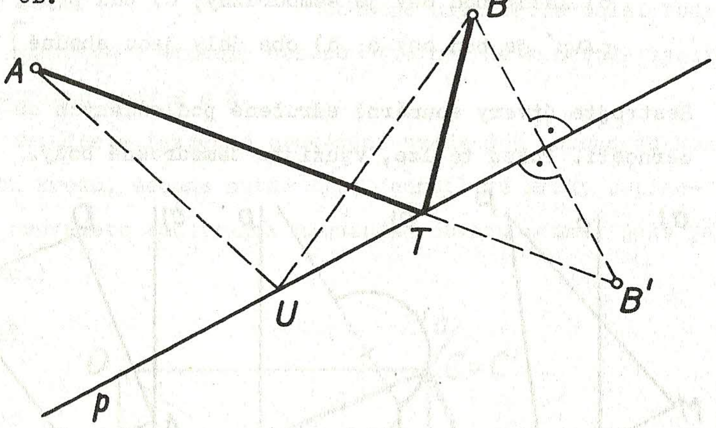
891 Sestrojte útvary souměrně sdružené podle daných os souměrnosti. Pokud to lze, využijte samodružné body.



892 Sestrojte trojúhelník ABC, je-li d(AB) = c = 5 cm, d(BC) = = a = 3,5 cm a úhel β má velikost 120°. Sestrojenému trojúhelníku opište kružnici $\underline{k}$ a ve vrcholu C k ní sestrojte tečnu $\underline{t}$. Dále sestrojte trojúhelník A′B′C′ souměrně sdružený s trojúhelníkem ABC podle tečny $\underline{t}$ jako osy souměrnosti. (Ověřte si, zda vrcholy A′, B′, C′ leží na kružnici k′, která je souměrně sdružená s kružnicí $\underline{k}$ podle osy $\underline{t}$.)

[úloha má jediné řešení]

893 Na obrázku je znázorněno řešení této úlohy: Přímka p představuje vedení vysokého napětí a body A, B dvě různé vesnice ležící v téže polorovině s hranicí p. Kde na přímce p je nutno zvolit polohu transformátoru T společného pro obě vesnice, aby součet jeho vzdáleností od vesnic byl co nejmenší? Vaším úkolem je pomocí osové souměrnosti $\mathcal{O}(p)$, v níž $B \longrightarrow B'$, zdůvodnit, proč grafický součet úseček AT + TB je vždy menší než např. součet AU + UB.



[Řešení se opírá o známou zkušenost, že nejkratší spojnicí dvou bodů je úsečka.]

894 Je dán ostrý úhel KLM a v jeho vnitřku bod X. Sestrojte bod Y na polopřímce LK a bod Z na polopřímce LM tak, aby obvod trojúhelníku XYZ byl co nejmenší. (Návod: K bodu X sestrojte souměrně sdružený bod X_1 podle osy LK a bod X_2 souměrně sdružený s bodem X podle přímky LM.)

[Přímka X_1X_2 protne polopřímky LK a LM v hledaných bodech Y a Z. Zdůvodnění podle předcházející úlohy.]

895 **V rovině se soustavou souřadnic $[x, y]$ a s počátkem O $[0, 0]$ sestrojte k trojúhelníku ABC, kde $A[3, -3]$, $B[4, 1]$, $C[5, -1]$, a) ve středové souměrnosti se středem O obraz $A_1B_1C_1$; b) v osové souměrnosti s osou y obraz $A_2B_2C_2$; c) v osové souměrnosti s osou x obraz $A_3B_3C_3$. Ve všech třech případech určete souřadnice vrcholů sestrojených trojúhelníků.**

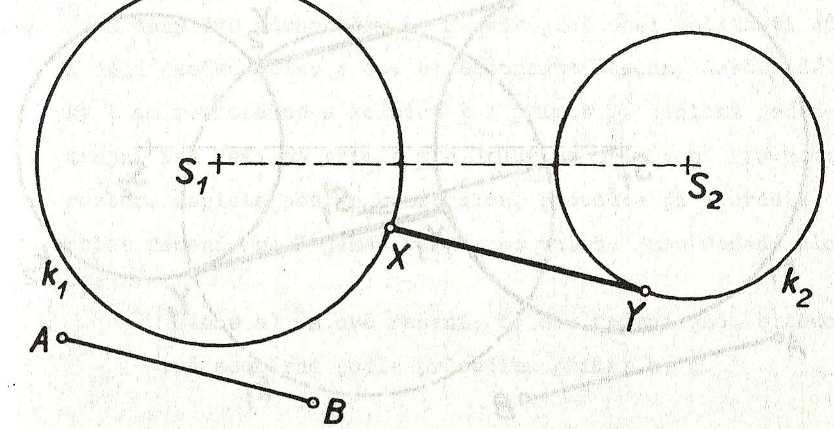
[a) $A_1[-3, 3]$, $B_1[-4, -1]$, $C_1[-5, 1]$; b) $A_2[-3, -3]$, $B_2[-4, 1]$, $C_2[-5, -1]$; c) $A_3[3, 3]$, $B_3[4, -1]$, $C_3[5, 1]$]

P Ř Í K L A D 81

Jsou dány dvě kružnice $k_1(S_1;\ r_1 = 3{,}5$ cm$)$, $k_2(S_2;\ r_2 = 2{,}5$ cm$)$, přičemž $d(S_1S_2) = 9$ cm, a úsečka AB délky 5 cm (viz obr.). Sestrojte úsečku XY shodnou a rovnoběžnou s úsečkou AB tak, že bod X leží na kružnici k_1 a bod Y na kružnici k_2.

Řešení

Rozbor



Na obrázku je vyznačeno předpokládané řešení, tj. úsečka YX, která má délku 5 cm a je s úsečkou AB rovnoběžná. Podmínka úlohy "bod X leží na kružnici k_1" znamená, že kružnice k_1 je <u>množinou možných bodů X</u>; obdobně považujeme kružnici k_2 za množinu možných bodů Y.

Bod Y je zřejmě obrazem bodu X v posunutí $\mathcal{P}[A, B]$. Tímto posunutím lze převést množinu možných bodů X v množinu možných bodů Y, tj. v kružnici k_1'. Hledaný bod Y bude patřit průniku $k_1' \cap k_2$. Bod X je pak obrazem bodu Y v opačném posunutí $\mathcal{P}'[B, A]$.

<u>Postup konstrukce</u>

(1) k_1, k_2; $k_1(S_1;\ r_1 = 3{,}5$ cm$)$, $k_2(S_2;\ r_2 = 2{,}5$ cm$)$, $d(S_1S_2) = 9$ cm

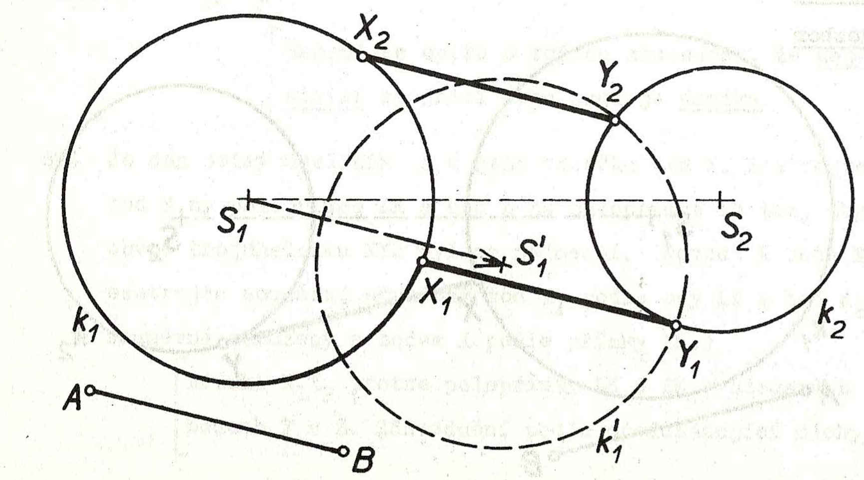
(2) k_1; $\mathcal{P}[A, B] : k_1 \longrightarrow k_1'$, $k_1'(S_1', r_1' = 3{,}5$ cm$)$

(3) Y; $Y \in k_1' \cap k_2$

(4) X; $\mathcal{P}'[B, A] : Y \longrightarrow X$

(5) XY

<u>Konstrukce</u>



Sledujeme-li kroky konstrukce a porovnáváme-li je s obrázkem, zjistíme, že kružnice k_1' a k_2 mají dva společné body Y_1, Y_2, jimž v posunutí $\mathcal{P}'[B, A]$ odpovídají body X_1, X_2. Úloha má tedy dvě řešení - úsečky X_1Y_1 a X_2Y_2.

<u>Ú l o h y</u>

896 Uveďte základní vlastnosti posunutí $\mathcal{P}[M, N]$, které je určeno uspořádanou dvojicí bodů M, N: a) Jaký význam má délka a směr posunutí pro libovolnou dvojici bodů vzor X a jeho obraz X′? b) Existují v posunutí samodružné body? c) Jaká je vzájemná poloha přímky <u>p</u> a jejího obrazu <u>p</u>′? d) Popište vzájemnou polohu a vztah polopřímek ohraničujících daný úhel AVB a jeho obraz A′V′B′ v posunutí $\mathcal{P}[M, N]$.

[a) $d(XX') = d(MN)$, $[X, X']$ a $[M, N]$ jsou souhlasně uspořádané dvojice bodů, $XX' \parallel MN$; b) neexistují; c) $p \parallel p'$; d) $\longmapsto VA$ je souhlasně rovnoběžná s $\longmapsto V'A'$, $\longmapsto VB$ je souhlasně rovnoběžná s $\longmapsto V'B'$]

897 Jsou dány dvě různoběžky <u>m</u>, <u>n</u> svírající úhel velikosti 45° a dále úsečka délky 4 cm. a) Sestrojte všechny úsečky délky 4 cm rovnoběžné s kolmicí <u>k</u> k přímce <u>m</u>, jejichž jeden krajní bod leží na přímce <u>m</u> a druhý na přímce <u>n</u>. Proveďte rozbor, zapište postup konstrukce, proveďte ji a určete počet řešení. b) V jakém vzájemném vztahu jsou řešení úlohy?

[Úloha a) má dvě řešení; b) obě řešení jsou středově souměrná podle průsečíku přímek m, n.]

898 Sestrojte lichoběžník ABCD (AB∥CD), jsou-li dány délky všech jeho stran a = 9 cm, b = 6 cm, c = 5 cm, d = 5,5 cm. Proveďte rozbor, zapište konstrukci, proveďte ji a určete počet řešení. (Návod: Při řešení využijte posunutí $\mathcal{P}[C, D]$ a $\mathcal{P}'[D, C]$.)

[úloha má jediné řešení]

899 Jsou dány dvě rovnoběžky a∥b, jejichž vzdálenost je 5 cm. Přímka c je protíná pod úhlem 45°. Sestrojte pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník ABC s přeponou AB délky 6 cm; vrchol A leží na přímce a, vrchol B na přímce b a vrchol C na přímce c. Proveďte rozbor, zapište postup konstrukce, proveďte ji a určete počet řešení. (Návod: Nezapomeňte uvážit všechny možnosti umístění přepony pomocného trojúhelníku před posunutím.)

[úloha má 4 řešení]

900 V rovině se soustavou souřadnic x, y a s počátkem $O[0, 0]$ jsou dány body $L[6; 1]$, $M[3; -2]$ a $N[4; 3]$. K trojúhelníku LMN sestrojte jeho obraz a) trojúhelník $L_1M_1N_1$ v posunutí $\mathcal{P}_1[L, L_1]$, kde je $L_1[2, 1]$; b) trojúhelník $L_2M_2N_2$ v posunutí $\mathcal{P}_2[M, O]$. V obou případech určete souřadnice vrcholů sestrojených obrazů trojúhelníku LMN.

[a) $L_1[2, 1]$, $M_1[-1, -2]$, $N_1[0, 3]$; b) $L_2[3, 3]$, $M_2[0, 0]$, $N_2[1, 5]$]

901 Sestrojte čtverec KLMN o straně délky 3 cm. a) Sestrojte jeho obraz $K_1L_1M_1N_1$ v posunutí $\mathcal{P}_1[K, L]$. b) K čtverci $K_1L_1M_1N_1$ určete obraz $K_2L_2M_2N_2$ v posunutí $\mathcal{P}_2[L, M]$.

c) Zapište posunutí $\mathcal{P}$ vzniklé složením posunutí $\mathcal{P}_1$ a $\mathcal{P}_2$.

[a), b) konstrukce podle vlastností posunutí; $\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = \mathcal{P}[K, M]$]

902 V soustavě souřadnic x, y je dán trojúhelník ORQ ($O[0, 0]$, $R[2, 0]$, $Q[2, 3]$). Dále jsou dána posunutí $\mathcal{P}_1[A, B]$, $\mathcal{P}_2[C, D]$, přičemž platí $A[0, 3]$, $B[1, 4]$, $C[2, 4]$, $D[4, 2]$. a) Sestrojte obraz $O_2R_2Q_2$ trojúhelníku ORQ v posunutí $\mathcal{P}$ složeném z posunutí $\mathcal{P}_1$ a $\mathcal{P}_2$ a toto posunutí zapište. b) Určete souřadnice bodů O_2, R_2, Q_2.

[a) podle vlastností posunutí $\mathcal{P}_1$ a $\mathcal{P}_2$; $\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = \mathcal{P}[O, O_3]$, kde $O_3[3; -1]$; b) $O_2[3, -1]$, $R_2[5, -1]$, $Q_2[5, 2]$]

903 Sestrojte čtverec ABCD o straně a = 3,5 cm.

a) Určete jeho obraz $A_1B_1C_1D_1$ v posunutí $\mathcal{P}_1[S, B]$, kde S je střed čtverce ABCD.

b) Sestrojte dále obraz $A_2B_2C_2D_2$ čtverce $A_1B_1C_1D_1$ v posunutí $\mathcal{P}_2[S, A]$.

c) Určete posunutí $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2$.

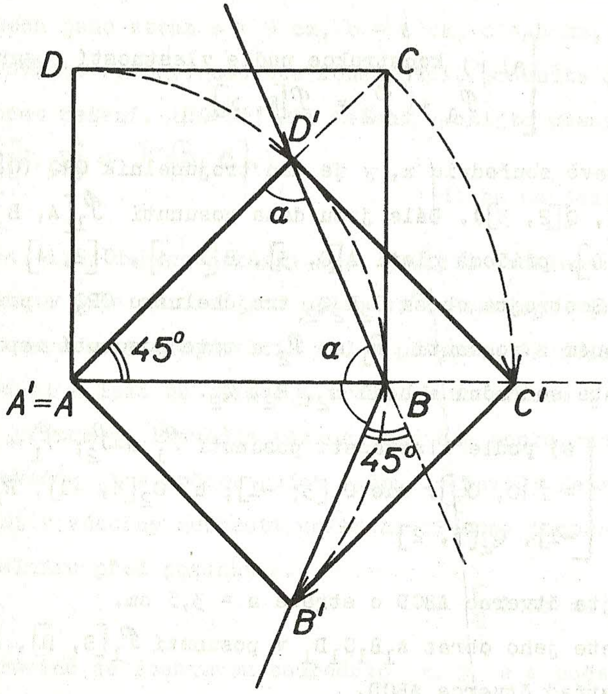
d) Vypočtěte obsah konvexního mnohoúhelníku $A_2B_2B_1C_1CD$.

[a), b) podle vlastností posunutí; c) např. $\mathcal{P}[D, A]$; d) $S = 2,75\ a^2$]

PŘÍKLAD 82

Sestrojte čtverec ABCD o straně délky a = 6 cm. a) V otáčení $\mathcal{R}[A, -v(\sphericalangle BAC)]$ sestrojte jeho obraz AB'C'D'. b) Určete velikost konvexního úhlu D'BB'.

Řešení



a) Konstrukce obrazu AB´C´D´ daného čtverce ABCD v otáčení $\mathcal{R}[A, -v(\sphericalangle BAC)]$ je patrna z obrázku. Otáčení má střed A (je tedy bod A = A´ samodružným bodem). Úhel BAC má zřejmě velikost 45°. Znaménko u velikosti - (minus) znamená, že jde o otáčení v záporném smyslu (vyznačeno šipkou na kruhovém oblouku představujícím např. pohyb, kterým vzor C přejde ve svůj obraz). Bod D´ leží zřejmě v úhlopříčce AC a platí AD´ ≅ AD.

b) Velikost úhlu D´BB´ určíme takto: Úhel D´AB má velikost 45°, trojúhelník AD´B je rovnoramenný (AD´ ≅ AB), a proto jeho úhly při základně D´B jsou stejně velké. Platí $\alpha = \frac{135^\circ}{2} = 67{,}5^\circ$. Trojúhelníky D´AB a BAB´ jsou shodné podle věty sus, takže i $v(\sphericalangle ABB') = \alpha$. Proto $v(\sphericalangle D'BB') = 135^\circ$.

Poznámka: Velikost úhlu D´BB´ však můžeme zjistit i pomocí vlastnosti otočení, kterou si snadno ověříte: Obrazem přímky D´B je přímka BB´. Velikost jednoho z úhlů, který obě přímky (vzor a její obraz) vytvářejí, je rovna velikosti úhlu otáčení 45°; druhý úhel, tj. náš zkoumaný úhel D´BB´, má velikost 180° - 45° = 135°.

Ú l o h y

904 Sestrojte lichoběžník ABCD (d(AB) = 7 cm, d(AD) = 5 cm, d(CD) = 3 cm, $\alpha = 75^\circ$). a) V otáčení $\mathcal{R}[B, +\beta]$ sestrojte jeho obraz $A_1B_1C_1D_1$. b) Zjistěte, zda mnohoúhelník $AC_1D_1A_1BCD$ je konvexní.

[a) podle vlastností otáčení; b) mnohoúhelník není konvexní, neboť např. body vnitřku úsečky AD_1 nepatří mnohoúhelníku]

905 Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC o straně 6 cm. Střed jeho strany AB označte O. a) V otáčení $\mathcal{R}_1[O, +90^\circ]$ sestrojte obraz $A_1B_1C_1$ trojúhelníku ABC. b) V otáčení $\mathcal{R}_2[O; -180^\circ]$ sestrojte obraz $A_2B_2C_2$ trojúhelníku $A_1B_1C_1$. c) Zapište otáčení, které vznikne složením otáčení $\mathcal{R}_1$ a $\mathcal{R}_2$ (vzor je trojúhelník ABC, jeho obraz $A_2B_2C_2$).

[a), b) podle vlastností otáčení; c) $\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 = \mathcal{R}[O, -90^\circ]$]

906 Jsou dány dvě různoběžky a, b, které svírají ostrý úhel velikosti 45°, a dále bod S ve vnitřku vytvořeného tupého úhlu (d(S, a) = 3,5 cm, d(S, b) = 2,5 cm)). Sestrojte čtverec ABCD se středem v bodě S, přičemž bod A leží v přímce

$\underline{a}$, bod B v přímce $\underline{b}$. Proveďte rozbor, zapište postup konstrukce, proveďte ji a určete počet řešení.

[úloha má dvě řešení odpovídající otočením o ± 90°]

907 V rovině se soustavou souřadnic x, y a s počátkem O [0, 0] sestrojte trojúhelník ABC, pro jehož vrcholy platí A [1, 1], B [3, 3], C [1, 5]. K tomuto trojúhelníku sestrojte obraz a) trojúhelník $A_1B_1C_1$ v otáčení $\mathcal{R}_1[O, +v(\sphericalangle C_1OC)]$, kde je $C_1[-5, 1]$; b) trojúhelník $A_2B_2C_2$ v otáčení $\mathcal{R}_2[O, -v(\sphericalangle C_1OC)]$. V jakém vztahu jsou trojúhelníky $A_1B_1C_1$ a $A_2B_2C_2$? V obou případech určete souřadnice vrcholů sestrojených obrazů trojúhelníku ABC.

[a) $A_1[-1, 1]$, $B_1[-3, 3]$, $C_1[-5, 1]$; b) $A_2[1, -1]$, $B_2[3, -3]$, $C_2[5, -1]$; trojúhelníky jsou souměrně sdružené podle středu O]

908 Je dána kružnice k(S, r = 3 cm) a bod O, pro nějž platí d(SO) = 6 cm.

a) Kružnici $\underline{k}$ otočte okolo bodu O v záporném smyslu tak, aby kružnice $\underline{k}$ a její obraz $\underline{k_1}$ v otáčení $\mathcal{R}$ měly vnější dotyk.

b) Určete obraz $\underline{k_2}$ kružnice $\underline{k_1}$ v posunutí $\mathcal{T}[S_1, O]$.

c) Jaká je vzájemná poloha kružnic $\underline{k}$ a k_2?

[a) $\mathcal{R}[O, -60^\circ]$; společná tečna $\underline{t}$ kružnic $\underline{k}$ a $\underline{k_1}$ prochází bodem O; b) podle vlastností posunutí; c) $\underline{k}$ a $\underline{k_2}$ mají vnější dotyk]

909 Jsou dány dvě shodné úsečky AB ≅ MN délky 4 cm. a) Určete střed otáčení, v němž obrazem bodu A je bod M a obrazem bodu B je bod N. Uvažujte různé možnosti vzájemné polohy obou úseček. b) V kterém případě vzájemné polohy obou úseček nemá úloha řešení (tj. neexistuje bod S)?

[a) Střed otáčení S je průsečíkem os úseček AM a BN. b) Úloha nemá řešení, leží-li obě úsečky v přímce a nejsou-li body v pořadí A, B, N, M. Neleží-li v přímce a jsou-li rovnoběžné, pak existuje střed jen v případě, že ABMN je rovnoběžník.]

910 Jsou dány dvě kružnice $k_1(S_1;\ r_1 = 3\text{ cm})$, $k_2(S_2;\ r_2 = 3\text{ cm})$, jejichž středná S_1S_2 má délku také 3 cm. Pro daný bod C platí $d(CS_1) = 6$ cm a $d(CS_2) = 5$ cm. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby bod A ležel na kružnici k_1 a bod B na kružnici k_2. Proveďte rozbor, zapište postup konstrukce a proveďte ji. Určete počet řešení.

[úloha má dvě řešení]

911 Do čtverce ABCD o straně délky a = 7 cm vepište čtverec MNOP o straně délky m = 5,5 cm tak, aby oba čtverce měly společný střed a aby vrcholy M, N, O, P ležely na stranách čtverce ABCD. a) Proveďte rozbor, zapište postup konstrukce a proveďte ji. Určete počet řešení. b) Dovedete určit délku $\underline{m}$ strany čtverce MNOP tak, aby úloha měla jediné řešení?

[a) úloha má dvě řešení; b) jediné řešení je pro $m = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$]

912 a) Jsou dány dvě různoběžky m, n, popř. b) dvě rovnoběžky m, n a bod C ležící ve vnitřku jednoho z ostrých úhlů, které přímky vytvářejí, popř. uvnitř pásu vytvořeného rovnoběžkami. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC s hlavním vrchokem C a úhlem γ velikosti 45°, jehož jeden vrchol

A leží na přímce m a vrchol B na přímce n. Proveďte v každém případě rozbor, zapište postup konstrukce, proveďte ji a určete počet řešení.

c) Dovedete zjistit podmínku pro bod C, aby bylo možno provést konstrukci bez použití otáčení?

[Návod pro a) a b): Využijte otáčení o úhel velikosti $\pm\gamma$. Pak má úloha dvě řešení. c) Leží-li bod C na ose úhlu (pásu), stačí využít osovou souměrnost.]