

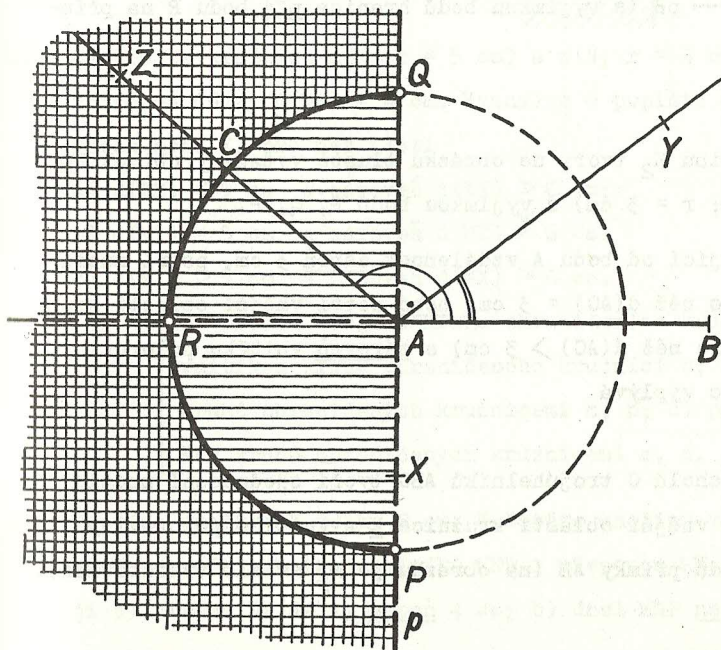
XII. MNOŽINY VŠECH BODŮ DANÉ VLASTNOSTI. KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

PŘÍKLAD 73

V trojúhelníku ABC je dána strana AB velikosti $c = 4$ cm. Vyšetřte množinu vrcholů C tohoto trojúhelníku a) s tupým úhlem CAB (tj. množinu M_1); b) s tupým úhlem CAB a zároveň se stranou AC délky $b = 3$ cm (množinu M_2); c) s tupým úhlem CAB a (zároveň) se stranou AC délky aspoň 3 cm (množinu M_3).

Řešení

a) Sestrojíme přímku $p \perp \leftrightarrow AB$ bodem A (obr.). Přímka p rozdělí rovinu na dvě poloroviny. Pro body $X \neq A$ přímky p platí



$\angle XAB = 90^\circ$, a proto body X do hledané množiny nepatří. Také všechny body Y vnitřku poloroviny pB do hledané množiny nepatří, neboť úhly YAB jsou částí např. pravého úhlu QAB. Každý bod Z vnitřku poloroviny opačné k polorovině pB určuje tupý úhel ZAB (větší než pravý úhel QAB), avšak bod Z neleží na přímce AB.

Odpověď

Hledanou množinu M_1 tvoří body vnitřku poloroviny opačné k polorovině pB (tj. $\leftarrow pB$ s výjimkou bodů hranice p a bodů přímky AB). Množina M_1 je na obrázku vyšrafována vodorovně.

b) Body C dané roviny, pro něž platí $d(AC) = 3$ cm, vytvoří kružnici $k(A; r = 3$ cm). Do hledané množiny M_2 patří jen body průniku kružnice k s vnitřkem poloroviny $\leftarrow pB$; platí tedy $M_2 = k \cap \leftarrow pB$ (s výjimkou bodů hranice p a bodu R na přímce AB).

Odpověď

Hledanou množinu M_2 tvoří na obrázku tlustě vytažený oblouk PQ kružnice $k(A; r = 3$ cm) s výjimkou bodů P, Q, R.

c) Body C, mající od bodu A vzdálenost aspoň 3 cm, patří množině M_2 (tj. pro něž $d(AC) = 3$ cm) nebo patří vnější oblasti kružnice k (tj. pro něž $d(AC) > 3$ cm) a zároveň vnitřku poloroviny $\leftarrow pB$. Z toho vyplývá

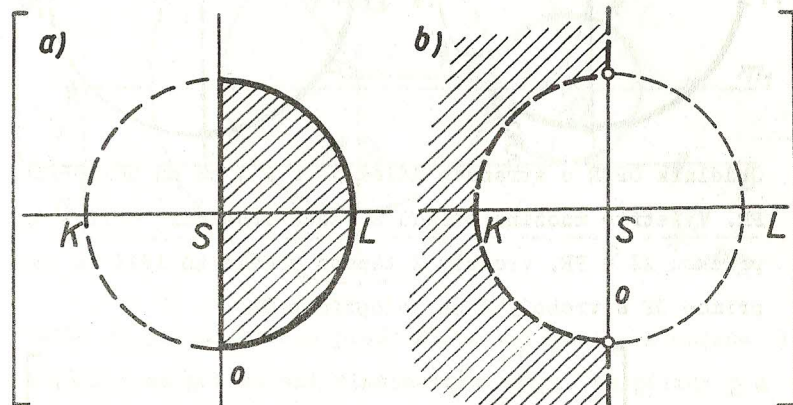
odpověď:

Množinu M_3 vrcholů C trojúhelníků ABC tvoří sjednocení množiny M_2 s průnikem vnější oblasti kružnice k a vnitřku poloroviny $\leftarrow pB$ bez bodů přímky AB (na obrázku je M_3 svisle vyšrafována).

Úlohy

848 Úsečka KL má délku 6 cm, střed S a osu souměrnosti o. Vyšetřte množinu všech bodů X, pro něž platí

- a) $d(SX) \leq d\left(\frac{KL}{2}\right)$ a zároveň $d(KX) \geq d(LX)$;
- b) $d(SX) > d\left(\frac{KL}{2}\right)$ a zároveň $d(KX) < d(LX)$.



849 Sestrojte kružnice $m(N; r = 5$ cm) a $n(N; r = 6$ cm) se střednou délkou $d(MN) = 4$ cm. Vyznačte a popište množiny všech bodů X, pro něž platí

- a) $d(XM) < 5$ cm a zároveň $d(XN) > 6$ cm;
- b) $d(MX) \leq 5$ cm a zároveň $d(NX) \leq 6$ cm;
- c) $d(MX) > 5$ cm a zároveň $d(NX) > 6$ cm.

a) průnik vnější kruhu ohraničeného kružnicí n a vnitřkem kruhu ohraničeného kružnicí m; b) průnik kruhů ohraničených kružnicemi m, n; c) průnik vnějších kruhů ohraničených kružnicemi m, n.

850 Je dána úsečka MN délky 8 cm. Vyšetřte množinu všech vrcholů P převouhlých trojúhelníků MNP s přeponou MN, které mají a) stranu NP délky aspoň 4 cm; b) úhel MNP nejvýš veli-

