

## II. DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL

### Ú l o h y

- 52 Zapište všechna přirozená čísla  $x$ , pro která platí  
 $105 \leq x < 126$  a zároveň  $x$  je násobkem čísla 3.  
[105; 108; 111; 114; 117; 120; 123]
- 53 Najděte všechna přirozená čísla  $z$ , pro která platí  
 $116 < z \leq 132$  a zároveň  $z$  je dělitelné čtyřmi.  
[120; 124; 128; 132]
- 54 Zapište všechna přirozená čísla  $m$ , pro která platí  
 $126 < m < 154$  a zároveň  $m$  je násobkem čísla 7.  
[133; 140; 147]
- 55 Doplňte vynechanou číslici tak, aby vzniklo číslo, které  
je dělitelné čtyřmi. Je-li více možností, zapište všechny.  
a)  $2 \square 4$       b)  $13 \square$       c)  $1 \square 3$       d)  $58 \square 2$   
[a) 0; 2; 4; 6; 8; b) 2; 6; c) nelze; d) 1; 3; 5; 7; 9]
- 56 Najděte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo násobkem čísla devět. Je-li více možností, uveďte všechny.  
a)  $24 \square$       b)  $1 \square 8$       c)  $3 \square 0$       d)  $\square 21$   
[a) 3; b) 0; 9; c) 6; d) 6]
- 57 Doplňte chybějící číslici tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné šesti. Uveďte všechny možnosti.  
a)  $24 \square$       b)  $7 \square 3$       c)  $\square 50$       d)  $37 \square$   
[a) 0; 6; b) nelze; c) 1; 4; 7; d) 2; 8]

58 Určete všechny přirozené dělitele čísla: a) 96; b) 150; c) 63; d) 236.

[a) 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 32; 48; 96; b) 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 25; 30; 50; 75; 150; c) 1; 3; 7; 9; 21; 63; d) 1; 2; 4; 59; 118; 236]

59 Rozložte čísla na součin prvočinitelů: a) 180; b) 240; c) 460; d) 232.

[a) 2.2.3.3.5; b) 2.2.2.2.3.5; c) 2.2.5.23; d) 2.2.2.29]

60 Určete všechny společné přirozené dělitele čísel: a) 24; 14; b) 36; 40; c) 21; 16; d) 54; 18; 36.

[a) 1; 2; b) 1; 2; 4; c) 1; d) 1; 2; 3; 6; 9; 18]

### P Ř Í K L A D 6

Čtyři autobusy vyjíždějí na různé linky ze stejné stanice ve stejnou dobu. První se do této stanice vrací za 2 hodiny, druhý za 1,5 hodiny, třetí za 45 minut a čtvrtý za  $\frac{1}{2}$  hodiny. Za kolik hodin nejdříve se opět všechny setkají v této stanici?

#### Řešení

Nejprve si převedeme časové údaje jednotlivých linek na minuty.

- 1. autobus ..... 2 hodiny = 120 minut
- 2. autobus ..... 1,5 h = 90 minut
- 3. autobus ..... = 45 minut
- 4. autobus .....  $\frac{1}{2}$  h = 30 minut

Nyní hledáme nejmenší společný násobek čísel 120, 90, 45, 30.

Provedeme rozklad čísel na prvočinitele:

$$\begin{array}{ll}
 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 & 90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \\
 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 & 120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5
 \end{array}$$

Nejmenší společný násobek je tedy:

$$n(30, 45, 90, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$$

#### Zkouška

$$360 : 30 = 12 \quad 360 : 45 = 8 \quad 360 : 90 = 4 \quad 360 : 120 = 3$$

#### Odpověď

Autobusy se ve stanici opět setkají za 360 minut, což je 6 hodin.

#### Poznámka

1. Při hledání nejmenšího společného násobku čísel 120, 90, 45 a 30 je výhodnější postupovat tak, že hledáme nejmenší společný násobek pouze čísel 120 a 90, neboť číslo 90 je násobkem čísel 45 a 30.
2. Při hledání nejmenšího společného násobku jsme mohli postupovat také takto:  
Z čísel vybereme nejvyšší hodnotu, tj. číslo 120. Zkoušíme, zda je číslo 120 nebo jeho další násobky 240, 360, 480, ... zároveň násobkem ostatních čísel. Čísla 120 a 240 vyloučíme, neboť nejsou dělitelná ani 45, ani 90. Další násobek, tj. číslo 360, vyhovuje, je násobkem všech čísel, a to násobkem nejmenším.

#### Ú l o h y

61 Ze stejné konečné stanice vyjíždějí ráno v 5 hodin 10 minut čtyři tramvaje na různé linky. První se do této stanice vrací za 1 hodinu, druhá za 40 minut, třetí za 2 hodiny a čtvrtá za 1 hodinu 20 minut. V kolik hodin nejdříve se

opět všechny tramvaje v této stanici setkají?

[v 9 hodin 10 minut]

62 Tři parníky vypluly ze stejného přístavu ve stejnou dobu na své trasy. První se vracel do tohoto přístavu třetí den, druhý se vracel čtvrtý den a třetí se vracel šestý den. Kolikátý den od vyplutí nejdříve se opět všechny v tomto přístavu setkaly?

[dvanáctý den]

63 V balíku je méně než 50 m látky. Budeme-li z ní stříhat jen na blůzy po 1,5 m nebo jen na šaty po 3,2 m, nezůstane nám žádný zbytek. Určete množství této látky.

[48 m]

64 Zahradník vázal kytice po 8 květech a žádný mu nezbyl. Pak zjistil, že mohl vázat kytice po šesti květech a také by mu žádný nezbyl. Kolik měl zahradník květů, jestliže jich měl více než 50 a méně než 100?

[72 nebo 96]

65 Dvě auta odvázejí z téhož pole řepu do cukrovaru. Obě jedou stejnou průměrnou rychlostí. Auto s mechanickým vyklápěním potřebuje na cestu do cukrovaru a zpět 15 minut, auto, které nemá mechanické vyklápění, se zdrží o 6 minut. Obě auta vyjedou ráno současně. Kolikrát se sejdou na poli za směnu (8 hodin)?

[5krát]

66 Dvě měřítka, z nichž jedno má dílky po 1 cm a druhé po 15 mm, jsou přiložena k sobě tak, že jejich počáteční dělicí čárky splývají. Které další čárky měřítek splývají?

Najděte alespoň tři další případy.

[čtvrtá čárka se třetí, sedmá čárka s pátou, desátá čárka se sedmou]

### PŘÍKLAD 7

Auto ujelo první den 186 km, druhý den 124 km a třetí den 248 km. Každý den jelo stejnou průměrnou rychlostí, a to celý počet hodin. Jaká byla jeho průměrná rychlost, jestliže jelo největší možnou rychlostí?

#### Řešení

Musíme najít největšího společného dělitele čísel 186, 124 a 248.

$$186 = 2 \cdot 3 \cdot 31$$

$$124 = 2 \cdot 2 \cdot 31$$

$$248 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 31$$

Největší společný dělitel je tedy:

$$D(186, 124, 248) = 2 \cdot 31 = 62$$

#### Zkouška

$$186 : 62 = 3$$

$$124 : 62 = 2$$

$$248 : 62 = 4$$

#### Odpověď

Auto jelo průměrnou rychlostí 62 km za hodinu.

#### Ú l o h y

67 Jirka si vyjel na mopédu na třídní výlet. První den ujel 90 km, druhý den 30 km a třetí den 60 km. Jel vždy stejnou průměrnou rychlostí a vždy celý počet hodin. Vypočtete

průměrnou rychlost, jestliže Jirka jel největší možnou rychlostí.

$$\left[ 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

68 Traktorista zoral první den 4,5 ha, druhý den 6,3 ha a třetí den 5,4 ha. Pracoval denně celý počet hodin a jeho hodinový výkon se neměnil a byl nejvyšší z možných. Jaký byl průměrný hodinový výkon traktoristy?

$$\left[ 0,9 \text{ ha} \right]$$

69 Kolik různých obdélníků lze sestavit ze šedesáti čtvercových dlaždic? Určete rozměry těchto obdélníků počtem dlaždic.

$$\left[ 6 \text{ obdélníků}; 1.60 \text{ dlaždic}; 2.30 \text{ dlaždic}; 3.20 \text{ dlaždic}; 4.15 \text{ dlaždic}; 5.12 \text{ dlaždic}; 6.10 \text{ dlaždic} \right]$$

70 Z kolika dlaždic o rozměrech 20 cm a 30 cm můžeme sestavit čtverec, máme-li k dispozici nejvýše 100 dlaždic?

$$\left[ 6; 24; 54; 96 \right]$$

71 Na táboře bylo 128 chlapců. Kolik chlapců mohlo být v jedné skupině, aby vznikly skupiny o stejném počtu, jestliže je měli převzít vedoucí, kterých bylo méně než 10? Najděte všechny možnosti.

$$\left[ 1 \text{ vedoucí} \dots 128 \text{ chlapců}, 2 \text{ vedoucí po } 64 \text{ chlapcích}, 4 \text{ vedoucí po } 32 \text{ chlapcích}, 8 \text{ vedoucí po } 16 \text{ chlapcích} \right]$$

72 Na misce ležely třešně. Mohly být rozděleny stejným dílem mezi 4 nebo 6 nebo 8 nebo 12 dětí. Kolik třešní bylo na misce, byl-li to nejmenší možný počet?

$$\left[ 24 \right]$$

73 72 děvčat se mělo postavit do řad o stejném počtu. Počet řad musel být větší než dvě, počet děvčat v řadě více než 10. Najděte všechny možnosti.

$$\left[ 6 \text{ řad po } 12 \text{ děvčatech}; 3 \text{ řady po } 24 \text{ děvčatech}; 4 \text{ řady po } 18 \text{ děvčatech} \right]$$

74 Určete nejmenší počet kuliček, který by se dal rozdělit na hromádky po 7 nebo 8 nebo po 6 kuličkách.

$$\left[ 168 \right]$$

75 Vypočtete součet a součin všech prvočísel větších než 10 a zároveň menších než 20.

$$\left[ 60; 46 \ 189 \right]$$

76 Od čísla 100 odečtete součet všech prvočísel  $x$ , pro která platí  $10 < x < 20$ . Určete všechny přirozené dělitele takto získaného rozdílu.

$$\left[ 40; 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40 \right]$$

77 Zapište součet všech prvočísel větších než 20 a zároveň menších než 30. Určete všechny přirozené dělitele takto získaného čísla.

$$\left[ 52; 1; 2; 4; 13; 26; 52 \right]$$

78 Kterými čísly z první desítky není dělitelné číslo 2 460?

$$\left[ 7; 8; 9 \right]$$

79 Kterými čísly z první desítky je dělitelné číslo 2 464?

$$\left[ 1; 2; 4; 7; 8 \right]$$

80 Pro která přirozená čísla  $x$  je zlomek  $\frac{24}{x}$  celé číslo?

$$\left[ 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24 \right]$$

81 Na zahrádce chceme na záhon sázet střídavě řádek sazenic květáku a řádek sazenic salátu. Sazenice květáku se vysazují ve vzdálenosti 45 cm, sazenice salátu ve vzdálenosti 25 cm. Jaké nejkratší řádky budeme volit, aby byly stejně dlouhé pro výsadbu květáku i salátu?

[225 cm]

82 Závod na 100 m poběží 42 žáků. Kolik žáků může být v jedné skupině, aby žádný žák nechyběl ani nepřebýval? Určete všechny možnosti.

[po 1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42 žácích]

83 Úsečky délek 20 cm a 1,6 dm máme rozdělit na stejné díly po celých centimetrech. Jak můžeme dělit?

[po 1 cm; 2 cm; 4 cm]

84 V divadle je více než 320 míst a méně než 330 míst. V každé řadě je 18 sedadel. Kolik řad a kolik sedadel je v divadle?

[18 řad; 324 sedadel]

85 Společný násobek tří čísel je 3 276. Jedno číslo je v něm obsaženo 7krát, druhé 63krát a třetí 9krát. Která jsou to čísla?

[468; 52; 364]

86 Ve dvou jídelnách rekreačního objektu je stejné uspořádání židlí kolem stolů. V první jídelně může obědovat nejvýše 78 osob, ve druhé nejvýše 54 osob. Kolik židlí nejvýše může být kolem jednoho stolu?

[6]

87 Obvod pozemku obdélníkového tvaru o rozměrech 40 m a 56 m byl vykolíkován tak, že vzdálenosti mezi kolíky byly stejné a v celých metrech. Kolik kolíků potřebovali, když si vybrali největší možné vzdálenosti mezi kolíky?

[24 kolíků]

88 Petr rozřezal dvě tyče na stejné, ale co největší možné díly. Jedna tyč měřila 42 cm, druhá 63 cm. Kolik řezů musel udělat?

[3 řezy]

89 Po obvodu obdélníkového záhonu o rozměrech 3,2 m a 4,4 m se měly vysázet květiny tak, aby mezi nimi byly co největší stejné vzdálenosti v celých decimetrech a aby v každém rohu záhonu byla sazenice. Kolik sazenic bylo třeba?

[38 sazenic]

90 Sad má délku 60 m a šířku 42 m. Jak daleko od sebe budeme dávat sloupky pro oplocení, mají-li být vzdálenosti mezi sloupky po délce a šířce stejné a v celých metrech?

[po 1 m, 2 m, 3 m nebo 6 m]

91 Taneční kroužek měl tolik členů, že mohli nastupovat po třech nebo po čtyřech nebo po osmi. Kolik členů měl kroužek? Uvažujte nejnižší počet.

[24 členů]

92 Jana a Eva četly stejnou knihu. Jana přečetla denně 14 stran a dočetla ji o den dříve než Eva, která přečetla denně 12 stran. Kolik stran měla kniha?

[84 stran]

93 Kolem zahradnictví se opravoval plot. Z původních sloupků na jedné straně byly ponechány čtyři sloupky. Mezi 1. a 2. sloupkem byla vzdálenost 4,8 m, mezi 2. a 3. sloupkem 12 m a mezi 3. a 4. sloupkem 7,2 m. Jak daleko byly od sebe původní sloupky, jestliže to bylo více než 2 m, ale méně než 3 m a byly od sebe stejně vzdáleny?

[2,4 m]