

Slovní úlohy z kombinatoriky s řešením

1. V osudí je 5 koulí bílých a 12 černých. Kolikerym způsobem je možno vytáhnout:
 - a) 4 koule, z nichž dvě budou bílé a dvě černé
 - b) 4 koule bílé
 - c) 4 koule stejné barvy?
2. Ve třídě je 30 žáků, z nichž má být vybráno 6 členů samosprávy. Kolika způsoby to bude možné, jestliže:
 - a) každá funkce je jiná
 - b) dva členové mají stejnou funkci?
3. Ve skladu je 10 výrobků, mezi nimi jsou 3 vadné. Kolika způsoby z nich můžeme vybrat pět výrobků tak, aby:
 - a) všechny byly dobré
 - b) byl právě 1 vadný
 - c) byl nejvýše 1 vadný
 - d) byl aspoň 1 vadný?
4. V kupé železničního vagónu je na každé straně po čtyřech sedadlech. Z 8 cestujících si 3 přejí sedět ve směru jízdy, 2 proti směru jízdy, zbývajícím třem je to lhostejné. Kolika způsoby se mohou cestující rozsadit?
5. Kolika způsoby se v šestimístné lavici může rozmístit šest studentů, jestliže:
 - a) dva chtějí sedět vedle sebe
 - b) dva chtějí sedět vedle sebe a třetí chce sedět na kraji?
6. Kolik hráčů se zúčastnilo turnaje ve stolním tenisu, jestliže bylo odehráno ve dvouhře celkem 21 zápasů a hráči hráli s každým jen jednou?
7. Hokejové mužstvo má 20 hráčů: 13 útočníků, 5 obránců, 2 brankáře. Kolik různých sestav by mohl trenér sestavit, jestliže sestava má 3 útočníky, 2 obránce a 1 brankáře?
8. Z kolika prvků je možné vytvořit 420 dvoučlenných variací bez opakování?
9. Učitel má k dispozici 20 aritmetických a 30 geometrických příkladů. Na písemnou práci má vybrat 1 aritmetický a 2 geometrické příklady. Kolik má možností na sestavení písemných prací?
10. Kolik je prvků, jestliže počet variací 2. třídy bez opakování z nich vytvořených je o 36 větší, než počet kombinací 2. třídy?
11. Zmenší-li se počet prvků o dva, zmenší se počet permutací z těchto prvků 462krát. Určete počet prvků.
12. Do výtahu nastoupí osm osob. Tři osoby vystoupí v 5. patře, dvě osoby v 6. patře a zbytek v 7. patře. Kolik různých možností může nastat?

Řešení:

1. a) $C_{(2,5)} \cdot C_{(2,12)} = \binom{5}{2} \cdot \binom{12}{2} = 660$
b) $C_{(4,5)} = \binom{5}{4} = 5$
c) $C_{(4,5)} + C_{(4,12)} = \binom{5}{4} + \binom{12}{4} = 5 + 495 = 500$
2. a) $V_{(6,30)} = 593\,775$
b) $V_{(4,30)} \cdot V_{(2,26)} = 213\,759\,000$
3. a) $C_{(5,7)} = 21$
b) $C_{(4,7)} \cdot C_{(1,3)} = 105$
c) $C_{(5,7)} + C_{(4,7)} \cdot C_{(1,3)} = 21 + 105 = 126$
d) $C_{(4,7)} \cdot C_{(1,3)} + C_{(3,7)} \cdot C_{(2,3)} + C_{(2,7)} \cdot C_{(3,3)} = 231$
4. $V_{(3,4)} \cdot V_{(2,4)} \cdot P_{(3)} = 1\,728$
5. a) $P_{(2)} \cdot 5 \cdot 2 = 240$
b) $P_{(3)} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 = 96$
6. $C_{(2,n)} = 21 \Rightarrow n = 7$
7. $C_{(3,13)} \cdot C_{(2,5)} \cdot C_{(1,2)} = 5\,720$
8. $V_{(2,n)} = 420 \Rightarrow n = 21$
9. $C_{(1,20)} \cdot C_{(2,30)} = 8\,700$
10. $V_{(2,n)} - 36 = C_{(2,n)} \Rightarrow n = 9$
11. $P_{(n+2)} = 462 \cdot P_{(n)} \Rightarrow n = 20$
12. $C_{(3,8)} \cdot C_{(2,5)} \cdot C_{(3,3)} = 560$