

# 1. KOMBINATORIKA - PŘÍKLADY

## Úlohy k samostatnému řešení

1.1. Zjednodušte a vypočtěte:

$$\binom{4}{2} + \binom{6}{2} - \binom{7}{2} =$$

$$\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5} =$$

$$\frac{(n+3)!}{(n+1)!} + \frac{(n+1)!}{(n-1)!} - \frac{2(n+2)!}{n!} =$$

$$\frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2 - 4}{(n+2)!} =$$

$$\frac{(n+2)!}{n!} - \frac{2(n+1)!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!} =$$

$$\binom{x+2}{x} + \binom{x+3}{x+1} = 64$$

$$\binom{x+3}{x+1} - 2\binom{x+2}{x} + 3\binom{x+4}{x+2} = 75$$

- 1.2. Kolik třítónových akordů je možné zahrát z 8 tónů?
- 1.3. Kolik různých optických signálů je možno dát vytahováním 5 různých barevných vlajek, je-li vždy všech pět vlajek nahoře?
- 1.4. Zjistěte, kolik existuje různých kvádrů, pro něž platí, že délka každé jejich hrany je přirozené číslo z intervalu  $\langle 2,15 \rangle$
- 1.5. V obchodě mají tři druhy bombónů v sáčkích po 100g. Kolika způsoby může zákazník koupit 1 kg bombónů?
- 1.6. Kolik různých státních poznávacích značek z jedné série existuje s aspoň dvěma trojkami?
- 1.7. Ze 7 prvků bylo vytvořeno 2401 variací s opakováním stejné třídy. Kolik prvků obsahuje jedna variace?
- 1.8. Jsou dány cifry: 1, 2, 3, 4, 5. Cifry nelze opakovat. Kolik je možno vytvořit z těchto cifer čísel, která jsou  
a) pětimístná, sudá

- b) pětímístná, končící dvojčíslím 21
- c) pětímístná, menší než 30 000
- d) trojmístná, lichá
- e) čtyřmístná, větší než 2000
- f) čtyřmístná, začínající cifrou 2
- g) čtyřmístná, sudá nebo končící cifrou 3
- h) dvojmístná nebo trojmístná

- 1.9.** Jsou dány cifry: 0, 1, 2, 3, 4. Splňte úkoly minulé úlohy (1.8.) tak, že cifry se nesmí opakovat a číslo nemůže začínat nulou.
- 1.10.** Kolik prvků obsahuje množina všech pěticiferných přirozených čísel?
- 1.11.** Kolik různých značek teoreticky existuje v Morseově abecedě, sestávají-li se tečky a čárky do skupin po jedné až pěti?
- 1.12.** Kolik prvků dá 120 kombinací druhé třídy s opakováním?
- 1.13.** Kolik je dáno prvků, jestliže variací třetí třídy z nich utvořených je pětkrát více než variací druhé třídy?
- 1.14.** Z kolika prvků lze vytvořit 90 variací druhé třídy?
- 1.15.** Z kolika prvků lze vytvořit 55 kombinací druhé třídy?
- 1.16.** Zmenší-li se počet prvků o dva, zmenší se počet permutací čtyřicetdvakrát. Určete počet prvků.
- 1.17.** Z kolika prvků lze vytvořit padesátkrát více variací třetí třídy než variací druhé třídy?
- 1.18.** Zvětší-li se počet prvků o dva, zvětší se počet kombinací druhé třídy o 17. Určete počet prvků.
- 1.19.** Zvětší-li se počet prvků o 8, zvětší se počet kombinací druhé třídy jedenáctkrát. Určete počet prvků.
- 1.20.** Zmenší-li se počet prvků o 1, zmenší se počet permutací z těchto prvků desetkrát. Určete počet prvků.
- 1.21.** Kolik permutací z  $n$  prvků  $a_1, a_2, \dots, a_n$  obsahuje prvek  $a_1$  na první pozici.?

- 1.22.** V prodejně si můžete vybrat ze sedmi druhů pohlednic. Kolika způsoby lze koupit
- 10 pohlednic,
  - 5 pohlednic,
  - 5 různých pohlednic?
- 1.23.** V knihkupectví prodávají 10 titulů knižních novinek. Kolika způsoby lze koupit
- 4 knižní novinky,
  - 5 různých knižních novinek?
- 1.24.** Na hokejovém turnaji, kterého se účastní 8 družstev, sehraje každý tým s ostatními právě 1 utkání. Kolik zápasů bude celkem sehráno?
- 1.25.** Z 5 bílých a 4 červených kuliček tvoříme trojice tak, aby v každé trojici byly vždy 2 bílé a 1 červená kulička.. Kolik trojic splňujících tuto podmínku lze vytvořit?
- 1.26.** Hokejový tým odjel na OH s 23 hráči, a to s 12 útočníky, 8 obránci a 3 brankáři. Kolik různých sestav může trenér teoreticky vytvořit?
- 1.27.** Kolika přímkami lze spojit 7 bodů v rovině, jestliže
- žádné tři z nich neleží v přímce,
  - tři z nich leží v jedné přímce?
- 1.28.** Kolik kružnic je určeno 10 body v rovině, jestliže žádné tři z nich neleží na přímce a žádné čtyři z nich neleží na kružnici?
- 1.29** Kolik různých hodů můžeme provést
- dvěma,
  - třemi různobarevnými kostkami?
- 1.30.** V turistickém oddílu "Hbitý svišť" je 10 dívek a 8 chlapců. Určete, kolika způsoby mohou sestavit volejbalový tým (má šest členů), ve kterém budou hrát
- právě dvě dívky.
  - maximálně dva chlapci.
- 1.31.** Kolik prvků obsahuje množina všech pěticiferných přirozených čísel?
- 1.32.** Deset přátel si vzájemně poslalo pohlednice z prázdnin. Kolik pohlednic celkem rozeslali?
- 1.33.** Kolikrát více je variací k-té třídy z n prvků než kombinací k-té třídy z těchto prvků?

- 1.34.** V plně obsazené lavici sedí 6 žáků a, b, c, d, e, f.
- Kolika způsoby je lze přesadit?
  - Kolika způsoby je lze přesadit tak, aby žáci a, b seděli vedle sebe?
  - Kolika způsoby je lze přesadit tak, aby žák c seděl na kraji?
  - Kolika způsoby je lze přesadit tak, aby žák c seděl na kraji a žáci a, b seděli vedle sebe?
- 1.35.** Student má v knihovně 4 různé učebnice pružnosti, 3 různé učebnice matematiky a 2 různé učebnice angličtiny. Kolika způsoby je lze seřadit, mají-li zůstat učebnice jednotlivých oborů vedle sebe?
- 1.36.** Kolika způsoby lze rozdělit 8 účastníků finále v běhu na 100 m do 8 drah?
- 1.37.** Kolik různých permutací lze vytvořit použitím všech písmen slova
- statistika,
  - matematika?
- 1.38.** Kolik různých signálů je možno vytvořit použitím pěti různobarevných praporek, použijeme-li
- pouze 3 praporky,
  - 2 praporky?
- 1.39.** Četa vojáků má vyslat na stráž 4 muže. Kolik mužů má četa, je-li možno úkol splnit 210 způsoby?
- 1.40.** Kolik úhlopříček má konvexní n-úhelník?
- 1.41.** V zásobníku je 7 ostrých a 3 slepé náboje. Určete, kolika způsoby lze namátkou ze zásobníku vyjmout 5 nábojů, z nichž alespoň 3 jsou ostré.
- 1.42.** Kolika způsoby je možno na čtvercové šachovnici s 64 poli vybrat 3 pole tak, aby všechna tři pole neměla stejnou barvu?
- 1.43.** Kolika způsoby je možno na šachovnici s 64 poli vybrat 3 pole tak, aby všechna neležela v jednom sloupci?
- 1.44.** V prostoru jsou dány 2 mimoběžky a, b. Na přímce a je dáno m různých bodů  $A_1, \dots, A_m$ , na přímce b n různých bodů  $B_1, \dots, B_n$ . Určete počet všech čtyřstěnů, jejichž všechny vrcholy leží na přímkách a, b, a to v bodech  $A_i, B_j$ .

### Výsledky úloh k samostatnému řešení

1.1. 0, 56, 2, 0, 2, 6, 4

1.2. 56

1.3. 120

1.4. 560

1.5. 66

1.6. 523

1.7. 4

1.8. 48, 6, 48, 36, 96, 24, 72, 80

1.9. 60, 4, 48, 18, 72, 24, 78, 64

1.10. 90 000

1.11. 62

1.12. 15

1.13. 7

1.14. 10

1.15. 11

1.16. 7

1.17. 52

1.18. 8

1.19. 4

1.20. 10

1.21.  $(n-1)!$

1.22.  $C_{10}(16)$ ;  $C_5(11)$ ; 21

1.23.  $C_4(13)$ ;  $C_5(10)$

1.24. 28

1.25. 40

- 1.26.** 18 480
- 1.27.** 21; 19
- 1.28.** 120
- 1.29.** 36; 216
- 1.30.** 3150; 8106
- 1.31.** 90 000
- 1.32.** 90
- 1.33.**  $k!$
- 1.34.** 720; 240; 240; 96
- 1.35.** 1 728
- 1.36.** 40 320
- 1.37.** 75 600, 151200
- 1.38.** 60; 20
- 1.39.** 10
- 1.40.**  $n/2*(n-3)$
- 1.41.** 231
- 1.42.** 31 744
- 1.43.** 41 216
- 1.44.**  $C_2(m).C_2(n)$