

Iracionální rovnice (rovnice s neznámou pod odmocninou)

Řešte v R : $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 1$ Rovnici umocníme (výhodné je převést na každou stranu rovnice jednu odmocninu

$$\sqrt{2x+3} = 1 - \sqrt{x+1} \quad |^2$$

$2x+3 = 1 - 2\sqrt{x+1} + x+1$ Dvojčlen na levé straně rovnice umocňujeme

$$x+1 = -2\sqrt{x+1} \quad |^2$$

podle $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ a sečteme , upravíme

$$x^2 + 2x + 1 = 4(x+1) \quad \text{a opět umocníme}$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \dots\dots \text{řešíme kvadratickou rovnicí} \dots D = 4 + 12 = 16$$
$$x_{1,2} = \frac{+2 \pm 4}{2} \quad , \quad x_1 = 3 \quad , \quad x_2 = -1$$

Protože umocňování není ekvivalentní úprava, tj. nemusí zachovat počet kořenů rovnice, je nutná zkouška !

$$L(3) = \sqrt{2 \cdot 3 + 3} + \sqrt{3 + 1} = \sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$$

$$P(3) = 1 \quad \dots\dots L \neq P \dots \text{kořen } x_1 \text{ nevyhovuje}$$

$$L(-1) = \sqrt{-2 + 3} + \sqrt{-1 + 1} = \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1$$

$$P(-1) = 1 \quad \dots\dots L = P \quad \dots\dots \text{zadaná iracionální rovnice má jediné řešení } x = -1$$

Cvičení:

Řešte v R :

1. $21 + \sqrt{2x-7} = x$ (28)

2. $3 + \sqrt{x-1} = x$ (5)

3. $\sqrt{2(x-3)} = 3 - x$ (3)

4. $\sqrt{5-x^2} = x-1$ (2)

5. $\sqrt{x^2+8} = 2x+1$ (1)

6. $\sqrt{37-x^2} + 5 = x$ (6)

7. $\sqrt{2x^2+6x+1} = x+2$ (1)

8. $\sqrt{2x+5} + \sqrt{x+2} = 1$ (-2)

9. $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$ (-1)

10. $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} = 2$ (4)

11. $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} = 2$ (1)

12. $\sqrt{x+6} = 2 - \sqrt{4+2x}$ (-2)

13. $\sqrt{x+4} + \sqrt{1-2x} = 3$ (0,4)

14. $\sqrt{2-x} = 3 - \sqrt{x+3}$ (1,-2)
15. $\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x} = 10$ (ϕ)
16. $x + \sqrt{x^2 - 9} = 21$ $\left(\frac{75}{7}\right)$
17. $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4} = \sqrt{5}$ $\left(-\frac{11}{5}\right)$
18. $\sqrt{-x} = 2 - \sqrt{2-x}$ $\left(-\frac{1}{4}\right)$
19. $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1} = 0$ (ϕ)
20. $\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+1} = 2$ (-1,15)
21. $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3}$ $\left(\frac{5}{2}\right)$
22. $\sqrt{x+9} - \sqrt{x+2} = 1$ (7)
23. $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = 5$ (3)
24. $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-2} = 7$ (6)
25. $\sqrt{x} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3(x-1)}$ (4)
26. $\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$ (4)
27. $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = \sqrt{6-x}$ $\left(\frac{12}{5}, 4\right)$
28. $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-7} = 2\sqrt{x}$ (4)
29. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{3x-1}$ (1)
30. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{4x+5}$ (-1)
31. $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+4} = \sqrt{9-x}$ (0)
32. $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+13} = \sqrt{3x+40}$ (3)
33. $\sqrt{7 - \sqrt{x-3}} = 2$ (12)
34. $\sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{x - \sqrt{x+8}}$ (9)
35. $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = \frac{3}{2}$ $\left(\frac{5}{3}\right)$